Квантовая Магия, том 7, вып. 4, стр. 4101-4122, 2010

Логические основания многомерных пространств

П.В. Путенихин
m55@mail.ru

(Получена 18 июля 2010; опубликована 15 октября 2010)

Представления о Реальности, как многомерном пространственном образовании, имеют некоторые логические сложности. Если бы Реальность имела четыре или более пространственных координат, то в ней должны были бы наблюдаться явления, противоречащие известным физическим законам, логике и обыденному здравому смыслу.

Введение

В настоящее время общепризнанным является представление о реальности, размещенной в четырёхмерном пространстве – времени. Это пространство - время представляет собой совокупность трёх пространственных координат и одной временной, которая включена в эту совокупность со своими специфическими особенностями. Во-первых, временная координата входит со знаком, противоположным знаку пространственных координат, и, во-вторых, в виде произведения времени на скорость света, поскольку только в этом случае она получает размерность длины (пространственную). Полученное образование носит название пространства-времени Минковского и имеет метрику (1, -1, -1, -1) или кратко (+ - - -). Иногда метрику записывают инверсно: (- + + +).

Для системы координат главным признаком, видимо, следует считать ортогональность этих координат. Простым и наглядным образом ортогональность проявляется в независимости каждой из координат от любой из остальных: любому значению любой координаты может соответствовать любое значение остальных. В привычном представлении это выражается в перпендикулярности координатных осей. Если же рассмотреть условия формирования пространства-времени Минковского, то становится видна некоторая его условность, искусственность, ведь временная координата (произведение времени на скорость света) изначально определялась как корень из суммы квадратов трёх пространственных координат, входящих в уравнение релятивистского интервала, то есть как зависимая от этих величин. Тем не менее, в теории относительности все четыре координаты рассматриваются как ортогональные, а выводы теории при этом полностью соответствуют всем экспериментальным и наблюдаемым данным.

И всё же пространственные координаты и временная координата являются не вполне тождественными, равнозначными. В частности, для любого объекта мы можем принудительно задать, зафиксировать некоторые координаты в пространстве, но не можем задать координату временную. Следовательно, такое пространство-время можно назвать неоднородным четырёхмерным пространством. При этом возникает правомерным вопрос, что же тогда должно представлять собой однородное четырёхмерное пространство? Имеет ли оно логическое основание? Попробуем разобраться в этом, для чего рассмотрим последовательно возможные виды однородных многомерных пространств, начиная с базового пространства с нулевой мерностью. Мерность пространства, то есть количество координат, которые это пространство описывают, мы будем обозначать латинской буквой **n**.

Пространство нулевой мерности

На первый взгляд пространство нулевой мерности не имеет смысла. Это же пространство, которого, в сущности, нет. Представить такое пространство может, видимо, не каждый. Однако даже такому пустому пространству могут быть приписаны некоторые характеристики, свойственные любому другому пространству. Очевидно, что эти характеристики так же являются «пустыми», как и само нульмерное пространство. Например, в таком пространстве отсутствуют оси координат. В нём отсутствуют проекции в привычном виде. Единственное, что можно условно приписать этому пространству, - это наличие в нём объектов с нулевыми метриками. Эти объекты имеют нульмерные протяжённости, то есть нулевые длины. Но число таких объектов, как это ни покажется странным, в рамках нуль - пространства равно бесконечности. Ведь в нулевом объёме помещается бесчисленное количество нулевых объёмов (здесь мы не будем вести разговор о порядке малости).

Рассмотрим Бытие как материальный мир, в котором Пространство и Время рождаются в процессе возникновения вещества из Материи [1, 2, 3]. Мы не будем углубляться в такие детали, как сингулярность и Большой Взрыв, поскольку нас интересует не процесс, не механизм возникновения пространства, а его свойства. Итак, вообразим себе условно Материю, в которой нет объектов со свойствами пространства. Наблюдать Пространство Материи как таковое мы не можем, поскольку, как отмечено в [1, 2], пространство – это свойство не материи, а вещества и некоторых других проявлений свойств собственно Материи. То, что Материя всё-таки изображена на рис.1 в виде пространственного объекта – это условность, ведь это такое «пространство», наблюдать которое может только Субъект, находящийся вне этой сущности, вне Материи (Бог):

Рис.1 Нульмерное пространство (точка) в Пространстве Материи, не имеющей по определению измерений

Внутри фрагмента Пространства Материи изобразим точку – нульмерное пространство и рассмотрим, какими особенностями оно обладает. Поскольку мы предполагаем рассмотреть целый класс пространств, то нам необходимо выделить что-то общее в них, признаки, объединяющие эти пространства. Это позволит увидеть и понять поведение самых существенных из этих признаков. Поэтому здесь и далее мы будем исходить из следующих правил:

1. свойства данного пространства должны быть присущи и пространству большей мерности;
2. пространство большей мерности может иметь дополнительные свойства, не присущие данному пространству;

3. соотношения между смежными пространствами должны быть схожи, включая способы перехода от данного пространства к пространству большей мерности.

В первую очередь нас интересует следующее соотношение между пространствами: как «видится», как воспринимается некий объект из любого пространства. Причиной этого интереса являются известные описания восприятия четырёхмерного объекта из нашего трёхмерного мира. Считается, что в целом невозможно «поместить» четырёхмерный объект в трёхмерный мир, и он воспринимается как сечение, срез этого объекта, его проекция на трёхмерное пространство. Это свойственно всем смежным пространствам. Действительно, поместить, например, в нульмерное пространство одномерный объект – линию – невозможно. При прохождении такого одномерного объекта через нульмерное пространство, условные обитатели последнего могут наблюдать только то, что в принципе доступно наблюдению в этом пространстве – нульмерные объекты. То есть линия будет проецироваться в нульмерном пространстве в точку с нулевыми размерами:

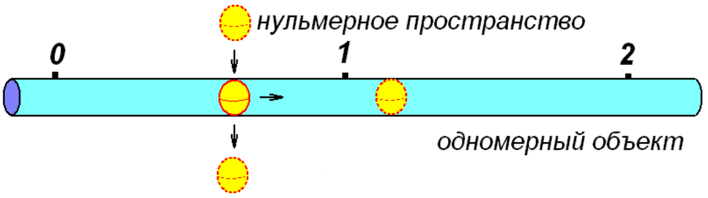

Рис.2 Пересечение одномерным объектом нульмерного пространства приводит к появлению в последнем только нульмерной проекции.

Здесь и далее для наглядности мы изображаем нулевые размеры (толщину линий, объектов) некоторыми объёмными (стилизованными) фигурами, подразумевая, что эти объёмы и размеры на самом деле равны нулю. Для «наблюдателей» (понятно, что такие наблюдатели сильно отличаются от привычных для нас трёхмерных наблюдателей) нульмерного пространства возможно наблюдение лишь краткого фрагмента объекта одномерного. При этом они, очевидно, будут наблюдать удивительное явление: возникший в их мире из ниоткуда объект затем странным, необъяснимым образом изменяется. Например, одномерная линия может быть неоднородной и иметь на своём протяжении различную массу или цвет. Для наблюдателя нульмерного пространства такой появившийся из ничего объект без всякой причины изменяет свою массу или цвет. Напротив, для наблюдателя одномерного мира при этом ничего странного не происходит: просто линия перемещается через эту точку.

Очевидно, что такая же картина будет наблюдаться и при перемещении через нульмерное пространство другого объекта – двухмерного. На рис.3 показано такое движение. Жёлтым цветом изображён двухмерный прямоугольный объект, а красные сферы – нульмерный объект. Как и в первом случае, наблюдатели нульмерного пространства будут с удивлением наблюдать, как возникший из ничего объект меняет свои характеристики:

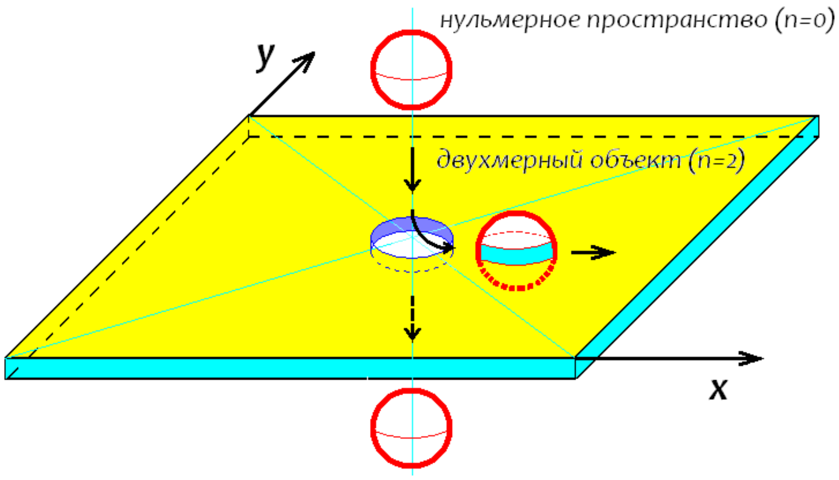

Рис.3 Пересечение двухмерным пространством нульмерного для последнего приводит к появлению лишь нульмерной проекции. Для удобства изображения движущимся показано нульмерное пространство – иначе рисунок был бы загроможден несколькими наложенными друг на друга плоскостями двухмерного объекта.

На рисунке для удобства изображения движущимся показано нульмерное пространство. Если бы это пространство (красная сфера) было изображено неподвижным, то пришлось бы изобразить в движении плоскость (двухмерное пространство), что сильно затемнило бы рисунок. Двухмерное пространство приближается к нульмерному и пересекает его (условно это показано отверстием в двухмерной плоскости). В моменты пересечения объектов наблюдатели нульмерного пространства регистрируют возникновение из ничего нового объекта, который, очевидно, обладает всеми свойствами объекта двухмерного: например, цветом, плотностью, вязкостью и другими, соответствующими той зоне, в которой находится нульмерный объект. Плоскость двухмерного пространства может перемещаться далее таким образом (влево), что будет непрерывно пересекать область нульмерного пространства, всегда находясь в нём своей частью. Наблюдателям нульмерного пространства при этом будет доступна для регистрации именно та часть двухмерного пространства, которая пересекается с ним. Поэтому они будут фиксировать беспричинное, ничем не объяснимое изменение свойств новоявленного образования: изменение цвета, массы, плотности и прочего. Понятно, что это будет происходить только в том случае, если двухмерное пространство (плоскость) будет, соответственно, неоднородной по своей поверхности. В дальнейшем, когда двухмерное пространство, плоскость изменит направление своего движения (сместится, например, вверх) и выйдет из соприкосновения с нульмерным пространство, в последнем произойдёт чудо исчезновения этого объекта.

Точно такая же картина будет наблюдаться и при пересечении нульмерного пространства объектом трёхмерного пространства:

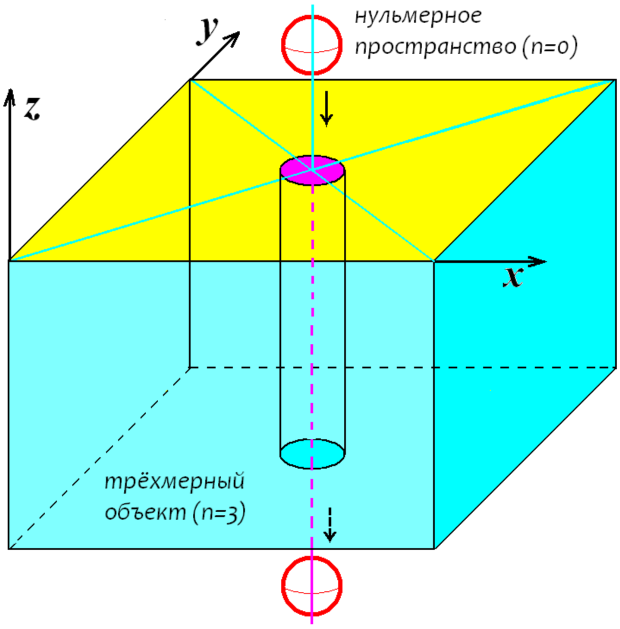

Рис.3а Пересечение трёхмерным пространством нульмерного для последнего приводит к появлению лишь нульмерной проекции. Для удобства изображения движущимся показано нульмерное пространство.

Движущийся вверх – по оси z – трёхмерный объект (куб) в некоторый момент времени приходит в соприкосновение с нульмерным пространством, которое как бы движется сквозь этот куб вдоль изображенного на рис.3 канала. Наблюдателям нульмерного пространства будут доступны для восприятия те области куба, которые в данный момент пересекаются с ними. Если куб неоднороден, то наблюдаемые свойства будут изменяться без всякой видимой причины: плотность, цвет, диэлектрическая проницаемость, вязкость и прочее. Когда нульмерное пространство достигнет края куба и выйдет из него, в нульмерном пространстве неожиданно исчезнет этот объект. Никакими классическими физическими законами объяснить это будет нельзя.

Во всех рассмотренных случаях объекты большей мерности (одно-, двух- и трёхмерные) имеют нулевые условные проекции в нульмерном пространстве. Можно предположить, что эта закономерность справедлива для всех мыслимых пространств большей мерности.

Одномерное пространство

Как связаны друг с другом два смежных пространства – нульмерное и одномерное? Очевидно, что преобразование первого во второе производится принудительным добавлением координаты. В математике это описывается операцией интегрирования: то есть суммированием объектов по вновь введенной координате. Для получения пространства следующей мерности – одномерного - мы просто директивно устанавливаем новую координату и присоединяем друг к другу по ней нульмерные пространства. При этом получаем одномерное пространство с единственной координатой x (название может быть любым). Никаких логических причин, кроме директивы, нет. Такое пространство мы можем изобразить уже в нашем реальном трёхмерном пространстве в любом удобном для нас виде, например, на трёхмерном кубе:

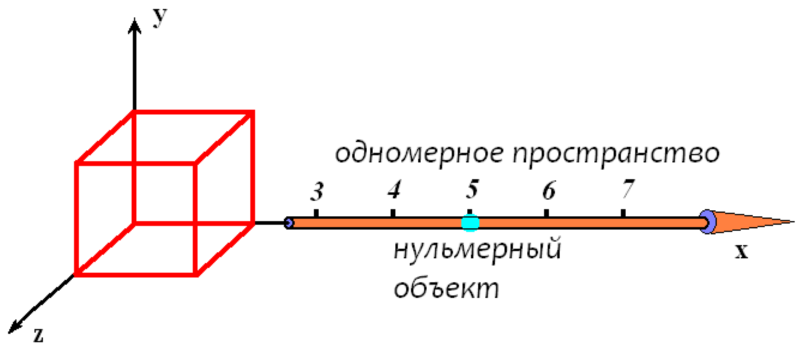

Рис.4 Одномерное пространство. В нем невозможно отобразить трёхмерный объект, но нульмерный отображается однозначно.

Здесь ось x является упомянутым вновь образованным одномерным пространством. Как видно из рисунка, в одномерном пространстве трёхмерный объект – куб поместиться не может. Однако любой нульмерный объект отображается в этом пространстве вполне определенной величиной – координатой. Следовательно, нульмерное пространство имеет единственную проекцию в одномерном пространстве (то есть, координату). При перемещении произвольного нульмерного объекта вдоль одномерного пространства, он помещается в нём целиком и наблюдателю одномерного пространства он виден как цельный, со всеми своими свойствами, объект.

В соответствии с принятыми правилами можно заметить, что по отношению к пространству большей мерности – двухмерному, трёхмерному и так далее, наблюдаются такие же явления, как и для нульмерного пространства. Например, при пересечении одномерного пространства с двухмерным, наблюдатели одномерного пространства видят такое же удивительное явление: ниоткуда вдруг появляется объект одномерного мира, который совершенно необъяснимым образом изменяет свои свойства. Он может изменить свою длину, цвет, массу и даже просто исчезнуть в никуда:

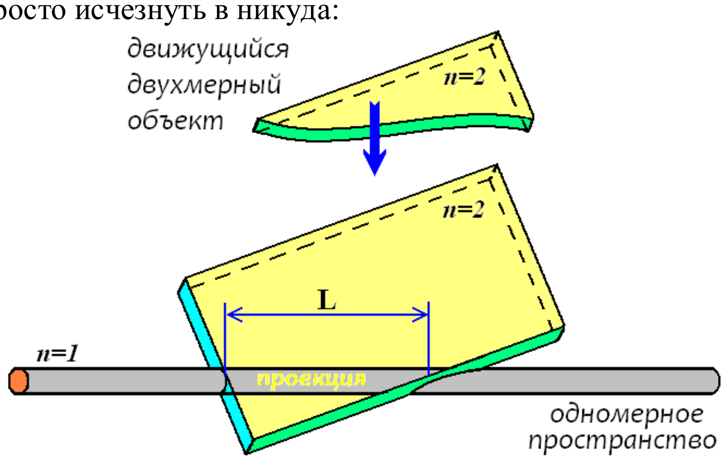

Рис.5 При пересечении одномерного пространства двухмерным объектом, в одномерном пространстве появляется одномерная проекция.

На рис.5 видно, как при движении двухмерного пространства происходит наложение его с одномерным пространством. При этом двухмерное пространство (на рисунке это прямоугольник) вырезает на одномерной линии отрезок **L**. В зависимости от положения прямоугольника двухмерного пространства, длина этого отрезка может быть разной. Если прямоугольник движется, вращается, изменяет наклон к одномерной линии, длина отрезка будет изменяться строго в соответствии с этим движением (все движения - в плоскости двухмерного пространства). Причём для наблюдателя одномерного пространства будет неизвестна ни причина такого изменения, ни закономерность этого изменения, поскольку источник движения находится за пределами одномерного пространства.

Аналогичная картина будет и при пересечении одномерного пространства трёхмерным объектом:

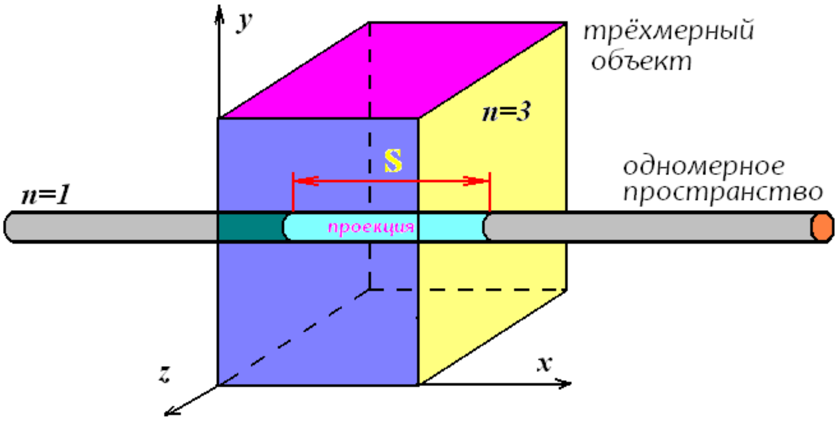

Рис.6 При пересечении одномерного пространства трёхмерным объектом, в одномерном пространстве появляется одномерная проекция.

И в этом случае в одномерном пространстве появится новый одномерный объект длиной **S**. При этом для наблюдателя одномерного пространства нет никакой возможности определить, к какому «родительскому» пространству относится наблюдаемый объект: одномерному (с волшебными свойствами), двухмерному, трёхмерному или более мерному пространству. При движении трёхмерного объекта сквозь одномерное пространство (линию) наблюдатели последнего будут фиксировать различные свойства отрезка S: плотность, цвет, вязкость и другие, которые в общем случае для них будут изменяться по неизвестной причине, без закономерностей. Трёхмерный объект может двигаться вдоль линии одномерного пространства или поперек него в двух возможных ортогональных направлениях, а также может вращаться вокруг любой оси. Все эти случаи проявляются в одномерном пространстве в изменении величины S и смещении этого отрезка вдоль оси одномерного пространства. Как отмечено, в одномерное пространство при этом «попадают» различные области трёхмерного объекта, которые в общем случае могут иметь различные свойства.

Как видим, первые два правила соблюдены, а третье правило вступит в силу, когда появится возможность сравнить два перехода от пространства к пространству (здесь мы имеем лишь один переход – от нульмерного к одномерному пространству).

Двухмерное пространство

Переход к пространству двух измерений производится в соответствии с третьим правилом так же, как и переход от нульмерного пространства к одномерному, то есть преобразование одномерного пространства в двухмерное производится принудительным добавлением новой пространственной координаты. Как отмечено, в математике рождение такого объекта описывается операцией интегрирования - суммированием объектов по вновь введенной координате. Мы просто директивно устанавливаем новую координату и присоединяем друг к другу по ней одномерные пространства - линии. При этом получаем двухмерное пространство с двумя координатами x и y (названия могут быть любыми). Как и ранее, никаких логических причин, кроме директивы, нет. Как и в предыдущем случае, такое пространство мы можем изобразить в нашем реальном трёхмерном пространстве в любом удобном для нас виде, например, на таком же трёхмерном кубе:

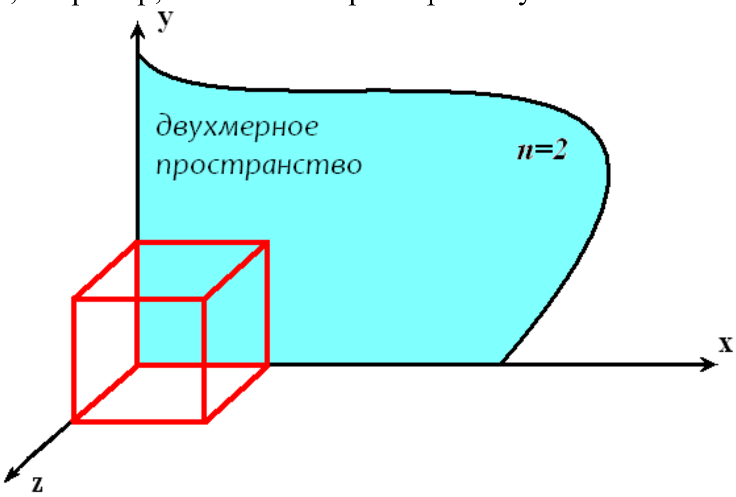

Рис.7 Двухмерное пространство не позволяет отобразить трёхмерный объект.

Здесь ось y является вновь введенной координатой, приводящей к образованию двухмерного пространства xy. Как видно из рисунка, в этом двухмерном пространстве трёхмерный объект – куб, как и в предыдущем случае одномерного пространства, поместиться не может. Зато в этом пространстве теперь вполне определенной величиной – координатами могут быть отображены объекты меньшей мерности – нульмерные (точка на плоскости xy) и одномерные (линия на плоскости xy). Объекты же трёхмерные могут отобразиться только в виде проекций. Например, при движении куба по третьей координате, он пересечёт плоскость двухмерного пространства и будет воспринят «наблюдателями» двухмерного мира как двухмерный объект – сечение трёхмерного объекта плоскостью двухмерного пространства (проекция трёхмерного объекта на плоскость двухмерного пространства xy):

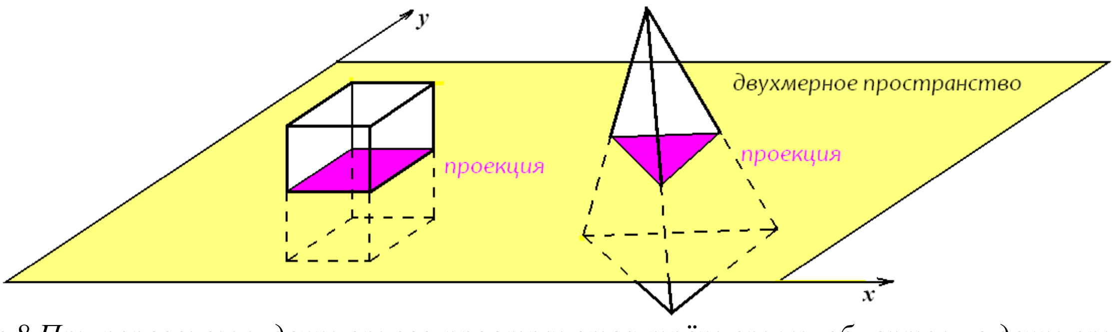

Рис.8 При пересечении двухмерного пространства трёхмерным объектом, в двухмерном пространстве появляется лишь двухмерная проекция.

Как и в двух предыдущих случаях двухмерные наблюдатели смогут наблюдать странное явление: возникновение из ничего объекта в их двухмерном мире, загадочное изменение его свойств, и такое же загадочное исчезновение объекта, если куб продолжит своё движение и в конечном счете выйдет за пределы плоскости этого двухмерного пространства. К загадочным изменяющимся свойствам объектов добавится площадь, которая будет изменяться при движении через двухмерное пространство другого трёхмерного объекта - пирамиды.

И вообще, любой объект большей мерности, чем две, будет отображаться в двухмерном пространстве в виде единственной возможной в нем проекции – проекции на плоскость xy.

Трёхмерное пространство

Переход к пространству трех измерений производится в соответствии с третьим правилом так же, как и в предыдущих примерах - принудительным добавлением новой, третьей координаты, что так же описывается в математике операцией интегрирования. Мы директивно присоединяем друг к другу по новой координате двухмерные пространства - плоскости. Получаем при этом привычное нам трёхмерное пространство xyz так же без каких бы то ни было логических причин, кроме директивы:

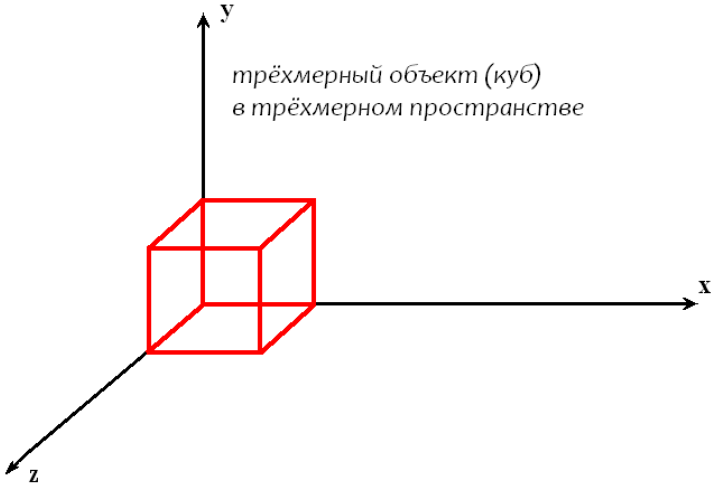

Рис.9 Трёхмерное пространство и трёхмерный объект - куб.

В этом пространстве теперь вполне определенной величиной – координатами могут быть отображены объекты меньшей мерности – нульмерные (точка на плоскости xy), одномерные (линия на плоскости xy) и двухмерные (плоскости в пространстве xyz). Здесь мы можем предположить, что объекты большей мерности в полученном трёхмерном пространстве могут отобразиться в виде трёхмерных объектов (трёхмерных проекций). Например, следует предположить, что при движении, скажем, четырёхмерного куба по четвертой координате, он пересечёт объём трёхмерного пространства и будет воспринят «наблюдателями» трёхмерного пространства как трёхмерный же объект – сечение четырёхмерного объекта объемом трёхмерного пространства (проекция четырёхмерного объекта на объем трёхмерного пространства xyz). Таким «сечением» или проекцией для трёхмерного пространства может считаться любой объект, который мы наблюдаем в реальности. Видимо, при движении четырёхмерного объекта по четвертой координате в нашем трёхмерном мире должны наблюдаться такие же загадочные явления, какие описаны для пространств меньшей размерности. То есть, в пространстве может возникнуть из ничего некий объект, причём его свойства могут изменяться самым удивительным образом, ничем не объяснимым, с нарушением всех мыслимых законов физики. Например, объект может появиться из ничего, исчезнуть в никуда, может изменять свои размеры, массу, цвет и прочее.

Изображение в трёхмерном пространстве объектов меньшей мерности и наоборот было показано выше. Следует ожидать, что правила отображения в трёхмерном пространстве объектов четырёхмерного пространства должно подчиняться тем же правилам. В частности, эти четырёхмерные объекты могут быть изображены в виде проекций на координатные плоскости. Поскольку пока не вполне ясно, как это произвести на практике, рассмотрим сначала собственно четырёхмерные объекты.

Четырёхмерное пространство

Переход к пространству четырёх измерений произведём в соответствии с третьим правилом так же, как и в предыдущих примерах, принудительным добавлением четвертой координаты m, с учетом математической операции интегрирования. Мы директивно присоединим друг к другу по новой координате трёхмерные пространства - объёмы. Однако, как это проделать в реальности, пока неясно. Видимо, при этом мы получим неочевидное пока четырёхмерное пространство xyzm (без каких бы то ни было логических причин, кроме директивы). Как это изобразить на схеме? Для изображения четырёхмерных объектов и исследования их поведения в трёхмерном пространстве воспользуемся вышеприведенными правилами.

Объекты в трёхмерном пространстве можно изобразить в виде проекций на три пространственные плоскости. Для трёхмерного мира этих плоскостей именно три. А сколько плоскостей в четырёхмерном пространстве? Для трёхмерного мира – это плоскости xy, xz, yz. В четырёхмерном пространстве добавляется ещё одна координата. Поэтому следует предположить, что в таком пространстве есть четыре ортогональных оси: x, y, z, m. Как видим, эти четыре оси образуют 6 плоскостей проекций (двухмерных проекций): xy, xz, yz, mx, my, mz против 3 двухмерных проекций в трёхмерном мире и одной – в двухмерном. Соответственно, возможны 4, 3, 2 и 1 (для одномерного пространства) одномерные проекции. Отсюда сразу же становится видна ещё одна категория проекций, характерная лишь для четырёхмерного (и выше) пространства: трёхмерная проекция. Такая проекция для четырёхмерного мира, очевидно, может быть лишь одна – трёхмерный объект. Рассмотрим простейшую четырёхмерную фигуру – четырёхмерный куб (тессеракт) в виде проекций на плоскости координат:

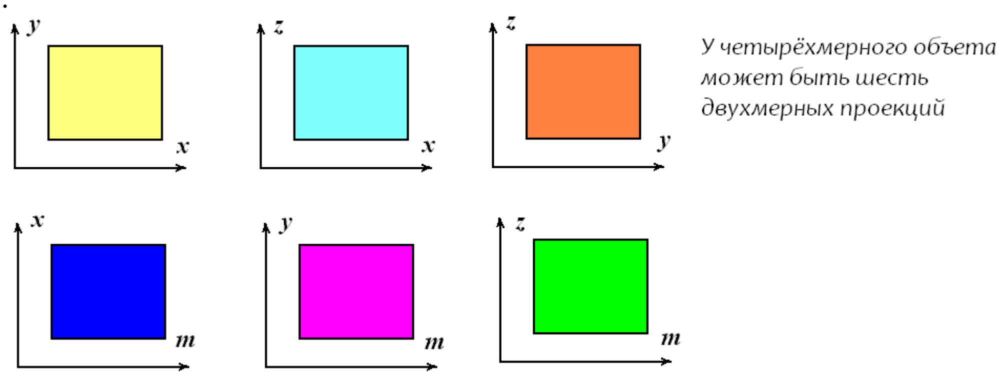

Рис.10 Двухмерные проекции четырёхмерного куба.

Нетрудно заметить полное сходство с проекциями в трёхмерном пространстве. Отсюда и следует вывод: четырёхмерный куб полностью аналогичен в изображении кубу трёхмерному.

В соответствии с третьим правилом, для четырёхмерного пространства произведено «добавление», суммирование дополнительных элементов – объемов. В частном случае, если рассматривать пространство как дискретное (целочисленное), к исходному кубу (объему) прибавляются новые кубы. То есть, каждой дискретной координате m=1, 2, 3… и так далее соответствует свой собственный куб. Это разные кубы, имеющие каждый собственный набор свойств. Однако такое прибавление кубов визуально осуществимо и в трёхмерном мире, тогда в чем же разница? Разница в том, что каждый дополнительный объем находится вне трёхмерного мира. Он невидим в трёхмерном пространстве, вернее, всегда виден лишь один куб из набора. Если трёхмерное пространство условно представить плоскостью, то трёхмерные кубы-элементы «висят» над этой плоскостью. То есть такие кубы как бы соединены в своеобразную цепочку таким же образом, как были соединены плоскости при образовании объёма (объемного пространства). В четырёхмерном же пространстве этот куб един, то есть по координате m мы можем изобразить лишь одну проекцию, один куб. Как этот куб просматривается с точки зрения пространства трёхмерного? Поскольку куб имеет полностью совпадающие проекции, изобразим лишь одну из них, объединив как одинаковые три координаты xyz, и приняв за определяющую новую, четвертую координату:

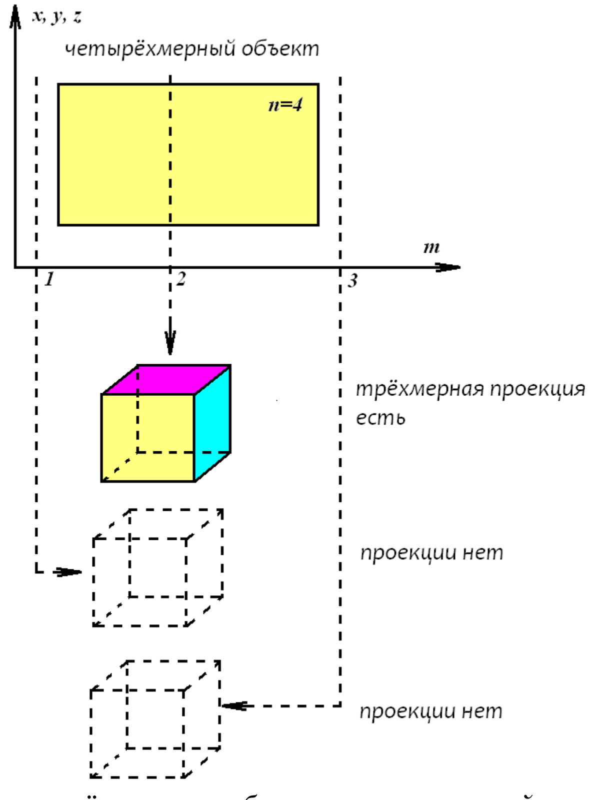

Рис.11 При движении четырёхмерного объекта по четвертой координате, в трёхмерном пространстве могут возникнуть трёхмерные проекции (тела), а могут и не возникнуть.

Обозначение «x, y, z» у вертикальной оси просто отображает факт полного совпадения проекций xm, ym, zm. Как четырёхмерный куб проецируется в трёхмерное пространство? Очевидно, что все проекции четырёхмерного куба в трёхмерном пространстве являются, по крайней мере, кубом, изображенным в проекциях xy, xz, yz. То есть, перемещение четырёхмерного куба в четвертом измерении по четвертой координате m не вызывает его перемещения по трём другим ортогональным координатам. Это наиболее простой и вместе с тем показательный, наглядный случай. Рассмотрим, что происходит в трёхмерном пространстве при движении куба в общем, четырёхмерном пространстве. Нас интересуют три точки:

координата по оси m, не касающаяся объёма куба, – точка 1; координата, попадающая в объём куба по этой координате, - точка 2; и координата, превышающая крайнюю точку куба, – точка 3. В тот момент, когда куб, двигаясь влево (точка 1 совпадает с нулевой координатой), пересекает (касается) нулевой координаты (точкой 2), он как бы касается «плоскости» трёхмерного пространства, то есть в трёхмерном пространстве вдруг возникает объект – куб, изображенный проекциями xy, xz, yz. Визуально это означает появление, рождение в пространстве куба как бы из ничего. Происходит это потому, что при движении куба по оси m он касается осей x, y, z, то есть проявляет точки в этих координатах. Пересечение куба с осями создаёт на них точки. Дальнейшее движение куба по координате m не приводит ни к каким изменениям его трёхмерной проекции, если куб по этой координате m однороден. После пересечения кубом нулевой координаты m противоположной гранью (точкой 3), он исчезает из трёхмерного пространства xyz.

Можно предположить, что объем четырёхмерного куба равен произведению его граней: a^4, а квадрат диагонали равен сумме квадратов его граней: $4a^2$, а для четырёхмерного параллелепипеда, соответственно объём равен произведению граней abcd, а квадрат четырёхмерной диагонали - $a^2+b^2+c^2+d^2$.

Четырёхмерная пирамида может иметь следующий вид:

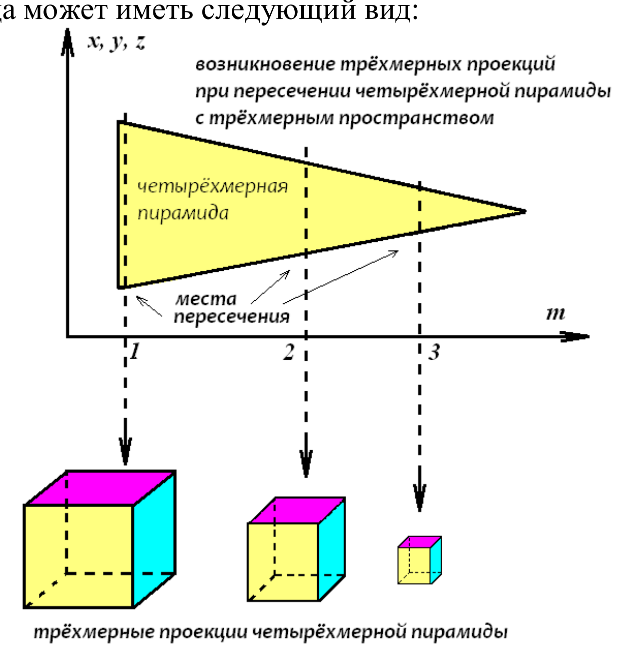

Рис.12 При движении пирамидального четырёхмерного объекта (четырёхмерной пирамиды) по четвертой координате, в трёхмерном пространстве могут возникнуть трёхмерные проекции (тела), величина которых зависит от сечения пирамиды по четвертой координате.

При движении такой пирамиды (на рисунке – влево) через трёхмерное пространство в нём будет наблюдаться изменяющийся по размерам куб. Сначала, когда пирамида коснётся пространства xyz, возникнут координаты трёхмерного объекта куба размером, равным основанию пирамиды. Далее по мере движения пирамиды влево по рисунку размеры куба будут плавно уменьшаться и, наконец, когда пирамида коснётся вершиной пространства xyz, куб в этом пространстве исчезнет.

Ещё одной простейшей симметричной четырехмерной фигурой, очевидно, является сфера. В случае центрального размещения четырехмерной сферы – с центром в начале координат – все её проекции, как и у четырехмерного куба, должны быть одинаковыми. Как и у четырехмерного куба таких проекций шесть (на условной схеме мы изобразим троицу из них):

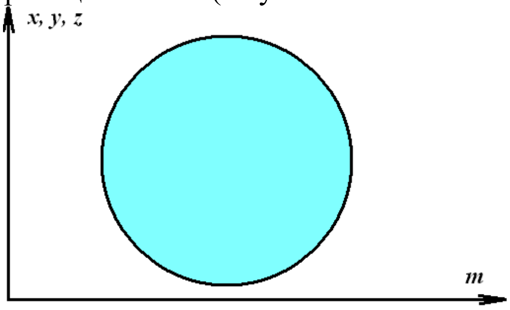

Рис.13 Четырёхмерная сфера в виде обобщённой трёхмерной проекции (все проекции имеют одинаковый вид).

При движении такой сферы сквозь трёхмерное пространство (то есть по четвертой координате) – влево по рисунку – в трёхмерном пространстве xyz будет наблюдаться сфера с изменяющимся радиусом.

Таким образом, из всего сказанного можно сделать вывод, что четвертая координата фактически представляет собой «ось», на которую «нанизаны» трёхмерные объекты. Но нанизаны не в трёхмерном понимании, как нанизывают кусочки шашлыка на шампур. Смысл четырёхмерного «нанизывания» состоит в эволюционном изменении трёхмерного объекта при движении по четвёртой пространственной (эволюционной) координате. То есть, перемещение по этой оси приводит, в определённом смысле, к поочерёдному появлению в трёхмерном пространстве нанизанных на неё объектов. Объекты (трёхмерные проекции) могут быть как дискретными, то есть каждой координате по четвёртой оси с некоторым фиксированным шагом соответствует вполне определённый трёхмерный объект – проекция. Например, можно нанизать на такую ось «яйце - куриные» объекты:

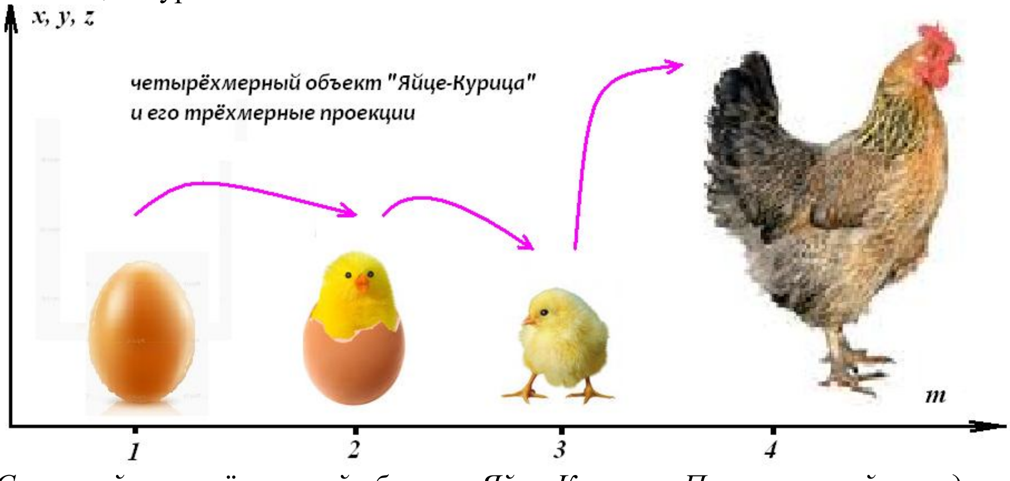

Рис.14 Сложный четырёхмерный объект «Яйце-Курица». По четвертой координате даны дискретные обобщенные изображения (трёхмерные проекции). На самом деле четырёхмерный объект является монолитным, и между двумя соседними проекциями пространственных разрывов нет.

Если четырёхмерный объект состоит их этих четырёх конкретных проекций, то переход от одной из них к другой будет происходить скачкообразно. Если же четвёртую пространственную координату «привязать» к оси времени, то она становится эволюционной осью, а между каждыми из двух трёхмерных объектов – проекций добавим все их промежуточные (эволюционные) значения. В этом случае при движении по четвёртой координате (не обязательно связанной со временем) такого «яйце-куриного объекта» в трёхмерном пространстве будет наблюдаться плавное эволюционное преобразование «яйцо – цыплёнок – курица».

Широко распространённым и весьма наглядным примером четырёхмерного пространства можно признать скринсэйвер (хранитель экрана) «Метаморфозы» в компьютерной операционной системе MS Windows. Когда работа на компьютере приостановлена, на экране появляется объект, который плавно изменяет свои очертания, поочередно принимая форму то разноцветного куба, то шарообразных или овальных фигур, связанных в единое целое:

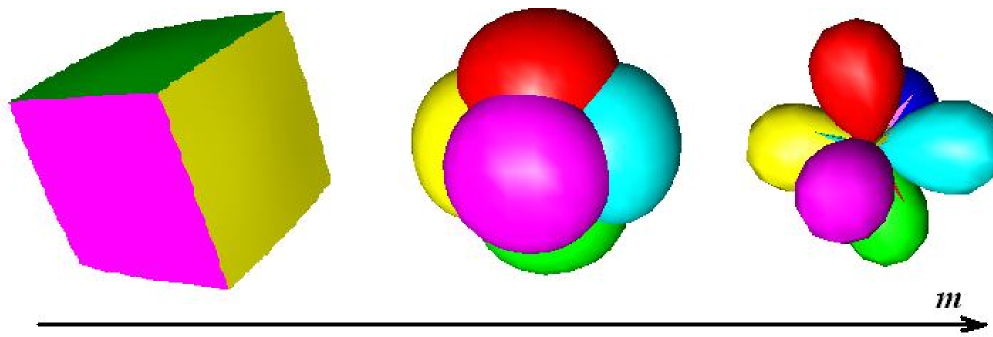

Рис.15 Сложный четырёхмерный объект – скринсэйвер ОС MS Windows «Метаморфозы». По четвертой координате даны дискретные обобщенные изображения (трёхмерные проекции). На самом деле четырёхмерный объект является монолитным, и между двумя соседними проекциями пространственных разрывов нет.

Фактически этот объект представляет собой последовательность форм, проявляющихся в условном трёхмерном (3D) пространстве экрана монитора при движении его через это пространство по четвёртой координате. Движение может быть дискретным, тогда четырёхмерный объект представляет собой простую последовательность трёхмерных объектов.

Наиболее простым, ярким и самым известным представителем такого четырёхмерного объекта можно считать киноленту. Каждый кадр её – это дискретный элемент (трёхмерная проекция) четырёхмерного объекта, представленная в фотографической аксонометрии, а передвижение ленты через проектор – это перемещение по четвертой координате, в результате чего в трёхмерном пространстве отображаются кадры киноленты (трёхмерные проекции). Если кадры сделать достаточно подробными, частыми, то, устремив в пределе к нулю разницу между двумя соседними кадрами, можно получить непрерывный (сплошной) четырёхмерный объект.

Упрощенно явление движения четырёхмерного объекта с дискретным превращением, переходом от одной трёхмерной проекции к другой (метаморфозы) можно изобразить следующей схемой:

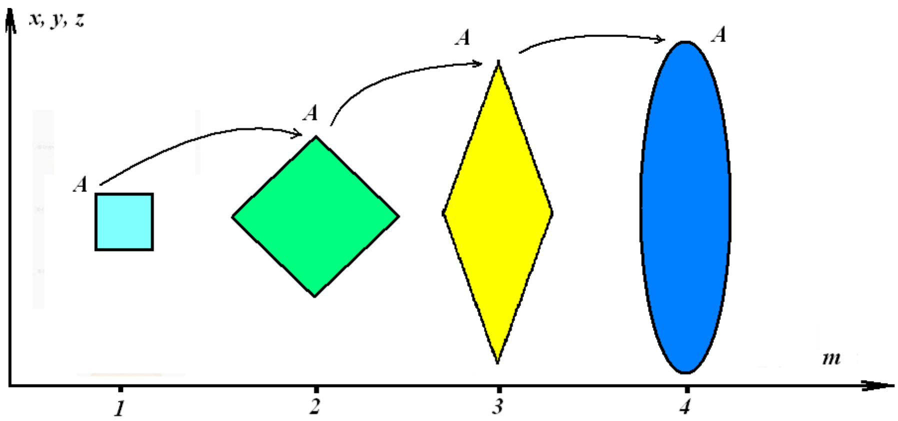

Рис.16 Сложный четырёхмерный объект – метаморфозы куба в эллипосоид. По четвертой координате m даны дискретные обобщенные изображения (трёхмерные проекции). На самом деле четырёхмерный объект является монолитным, и между двумя соседними проекциями пространственных разрывов нет.

Здесь показано движение точки А четырёхмерного объекта в процессе дискретного изменения координаты m. На рисунке условно принято, что объект по двум трёхмерным координатам, например, y и z симметричен, то есть его проекции на эту плоскость – это квадрат, ромб, круг, в то время как на две другие плоскости (xy и xz) – прямоугольник, вытянутый ромб, овал. Весь объект в целом в трёхмерном пространстве преобразуется при движении по четвертой координате дискретно (скачками) из куба в эллипсоид. Другими словами, в трёхмерном пространстве наблюдатели будут видеть изначально небольшой голубой кубик, который в одно мгновение превращается в большой зелёный ромб, ещё через некоторое время мгновенно превращается в жёлтый кристалл и, наконец, в сильно вытянутый синий эллипсоид.

Ещё раз подчеркнем, что этот объект в реальности вполне может быть монолитом, а не упрощённым набором изображённых на схеме отдельных фигур. Действительно, с некоторой степенью условности этот объект можно изобразить непрерывным (рис.17) –криволинейной пирамидой. Координаты 1 – 4 по оси m на рис.16 соответствуют фрагментам, слоям, сечениям этой пирамиды. Таких слоёв, сечений бесконечное множество и все они, как отмечалось, «нанизаны» на ось m. Как видно на рис.17 по вертикальной оси m можно получить не только приведённые выше дискретные слои с координатами m=1, 2, 3, 4 (выделенные цветом слои – сечения), но и любое промежуточное значение. Как принято в данной статье, для наглядности, на рисунке показаны две традиционные пространственные координаты x, y и четвертая координата m. Третьей пространственной координате на рисунке может быть, например, присвоено фиксированное значение z=h. В этом случае каждое из трёхмерных сечений четырёхмерного объекта (криволинейной пирамиды) будет представлять собой «блин» высотой h: сверху блин-квадрат, снизу – блин-овал. Такие «блины», конечно, можно «разглядеть» и на рисунке 17, однако, не нужно забывать, что высота блина – это его измерение по координате z, а не по координате m, как может показаться из рисунка.

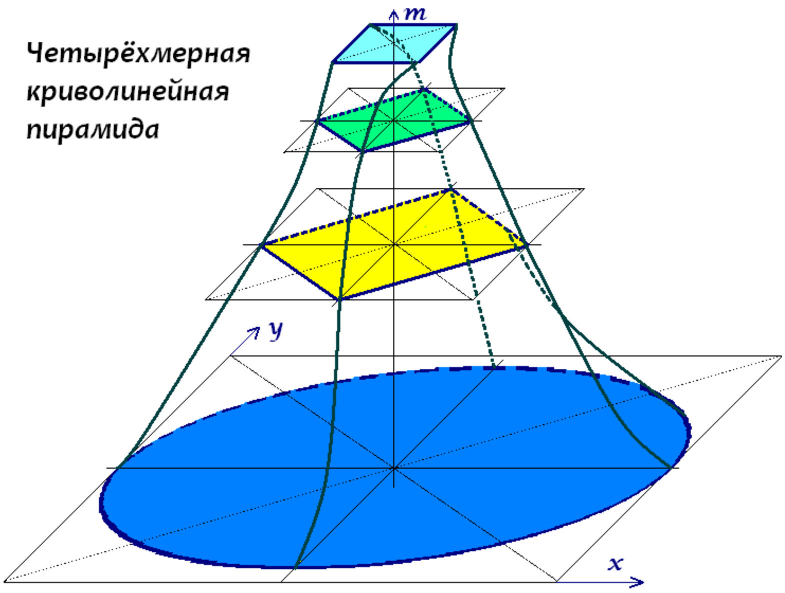

Рис.17 Сложный четырёхмерный объект – непрерывная криволинейная пирамида, представляющая собой метаморфозы куба в эллипсоид или метаморфозы «блинов».

При такой сплошной конфигурации четырёхмерной криволинейной пирамиды, она будет «давать» при движении по четвёртой координате m трёхмерные сечения в виде квадратного, ромбического и овального блинов. Причём в этом случае изменения трёхмерных форм объектов будут уже плавными, а не скачкообразными, как было в первоначальном варианте с дискретными значениями «слоёв».

Как правило, любое перемещение объектов по координатным осям связано с течением времени. То есть, собственно перемещение зависит от времени. Однако, эта зависимость необязательна, она просто удобна. Очевидно, что время при этом относится одинаково к любой из четырёх координат, само при этом не являясь пространственной координатой. Следует особо отметить, что набор трёхмерных компонент (трёхмерных проекций) четырёхмерного объекта может быть произвольным. Например, для некоторого дискретного четырёхмерного объекта можно использовать набор оловянных солдатиков. Каждый шаг по оси четвертого измерения будет отображать, «рождать» в трёхмерном пространстве нового солдатика взамен предыдущего.

Еще раз отметим: поскольку все координаты четырёхмерного пространства являются ортогональными, то перемещение по четвертой координате не приводит к изменению положения трёхмерного объекта в пространстве координат X-Y-Z. Перемещение по четвертой координате вызывает изменение формы, структуры объекта или каких-либо других его свойств, причём удивительным образом, как если бы объект делал это самопроизвольно, без участия кого-либо, без каких бы то ни было воздействий на него изнутри трёхмерного пространства.

Существует ли возможность изобразить четырёхмерную ортогональную систему координат в трёхмерном пространстве? Видимо, да. Ведь в двухмерном пространстве похожая возможность имеется: аксонометрические изображения в соответствии с общепринятыми соглашениями по изображению трёхмерных объектов на двухмерной плоскости. Для четырёхмерной аксонометрии необходимо помнить, что изображение должно быть в трёхмерном пространстве, а не на двухмерном пространстве бумаги. То есть мы наносим традиционные три оси аксонометрии на бумагу, затем ставим четвёртую координатную ось – карандаш, перпендикулярно этому листу. Теперь мы имеем реальные четыре оси, между которыми образованы проекционные плоскости, и такую конструкцию – четырёхмерную аксонометрию – мы в принципе можем изобразить на таком же листе (хотя и потребуется изрядная доля воображения). Для этого по новой, четвёртой оси мы будем откладывать «срезы» трёхмерных аксонометрий четырёхмерного пространства. Чем чаще расположены срезы, тем точнее четырёхмерная аксонометрия. Для построения примера такой аксонометрии возьмём в качестве объекта простейший из них - четырёхмерный куб, который имеет следующие трёхмерные проекции (на рисунке показана одна из шести одинаковых проекций):

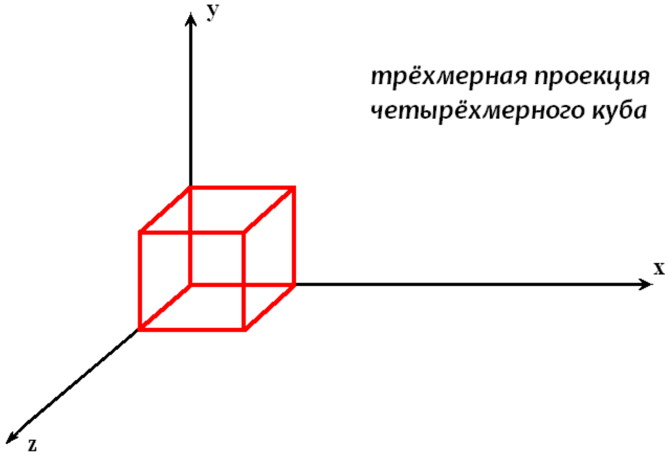

Рис.18 Трёхмерный куб как частная трёхмерная проекция четырёхмерного куба.

Эти трёхмерные проекции «нанизываем» на четвёртое измерение и получаем аксонометрию четырёхмерного куба в четырёхмерном пространстве:

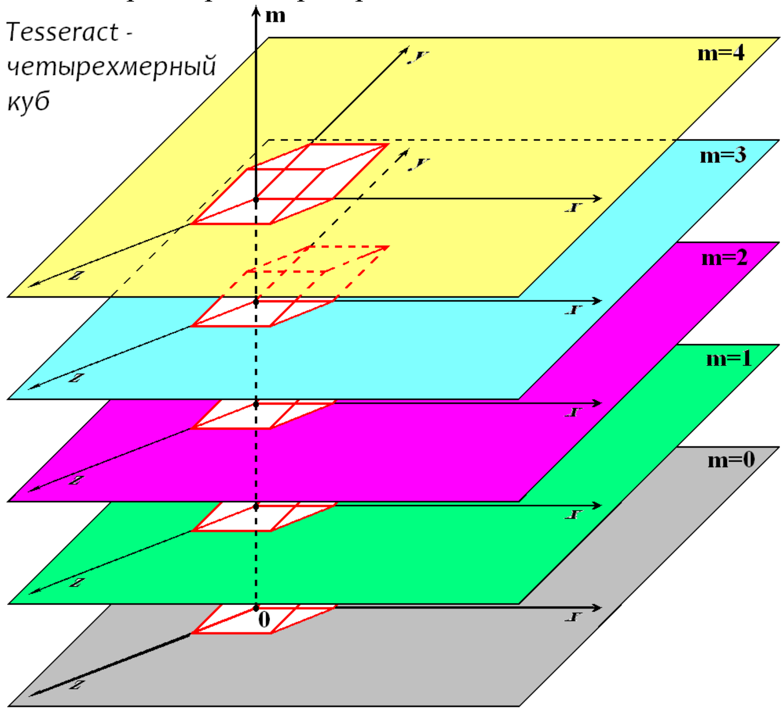

Рис.19 Четырёхмерный куб (тессеракт), представленный в виде дискретных частных трёхмерных проекций, «нанизанных» на четвёртую координату. В целом четырёхмерный куб является монолитным, и между двумя соседними трёхмерными проекциями пространственных разрывов нет.

Здесь принято, что этот куб неподвижен по всем четырём координатам. Отсутствие движения позволяет показать на рисунке дискретные значения проекций для некоторых произвольных значений четвёртой координаты m= 0, 1, 2, 3, 4. Перекрытие слоёв (проекций) показано штриховыми линиями (прозрачностью) лишь для значения m=3, чтобы не загромождать рисунок. Напомним, что в реальности все фигуры (проекции) в четырёхмерном пространстве являются монолитом, то есть в нём нет такого явного разделения на слои (проекции). Четырёхмерный куб при этом является скорее своеобразной «колбасой», чем «железнодорожным составом» из отдельных трёхмерных кубиков, которые просто присоединены друг к другу.

В качестве ещё одного примера сложного четырёхмерного объекта можно привести объект, сформированный по мотивам мультфильма «38 попугаев», который изображён на следующем рисунке:

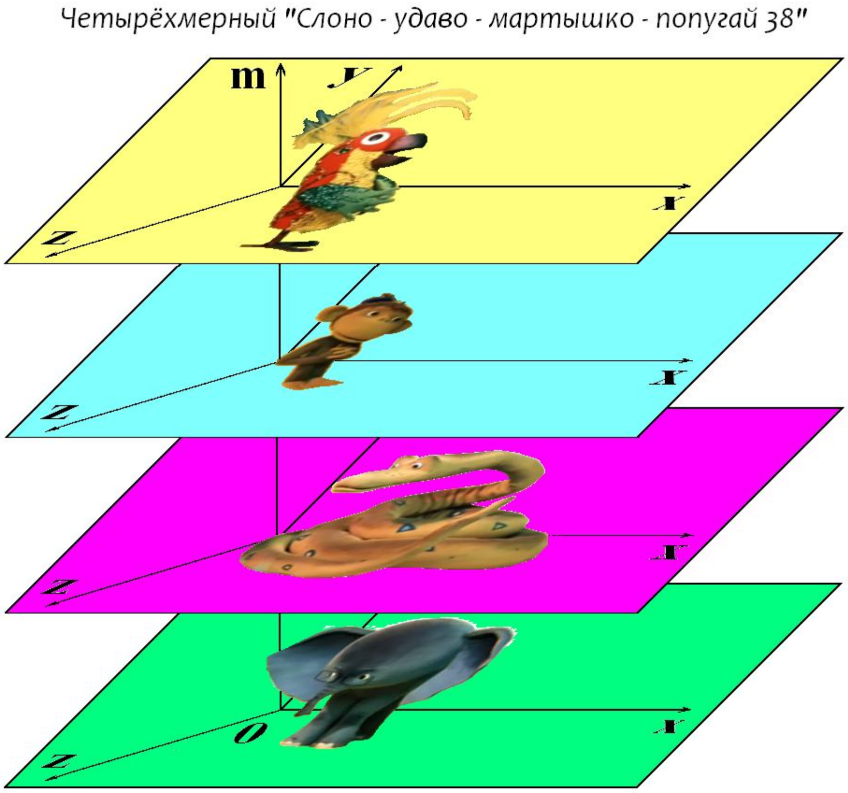

Рис.20 Четырёхмерный объект «Слоно-удаво-мартышко-попугай 38», представленный в виде дискретных частных трёхмерных проекций, «нанизанных» на четвертое измерение (координату). В целом четырёхмерный объект является монолитным, и между двумя соседними трёхмерными проекциями нет пространственных разрывов, а есть специфические «слоно-удав», «удаво-мартышка» и «мартышко-попугай».

Хотя приведены лишь четыре дискретные трёхмерные проекции объекта, нужно понимать, что между ними есть связующие «звенья» - метаморфозные преобразования, в которых находятся промежуточные состояния изображённых проекций, например, «слоно-удав» или «мартышко-попугай». Конечно, нужно несколько напрячь воображение, чтобы представить, как трёхмерная фигура «слон» плавно деформируется и превращается постепенно во что-то бесформенное, а затем в трёхмерную фигуру «удав». Раскрашенные на рисунке слои являются фрагментами такого четырёхмерного объекта, выдержками. Реальный объект, подчеркнём, это объект сплошной, монотонный, содержащий в себе все промежуточные состояния трёхмерных проекций. И, добавим, что изменение проекций не обязательно связано с течением времени. Если время всегда течёт из прошлого в будущее, то движение по четвёртой пространственной координате возможно в любом направлении и с любой скоростью.

Пятимерное пространство и пространства большей мерности

Теперь добавим к четырёхмерному пространству новое, пятое измерение k. В полученной системе, очевидно, появились 4 новые плоскости проекций kx, ky, kz и km. Такой пятимерный куб будет иметь, очевидно, следующие десять двухмерных проекций:

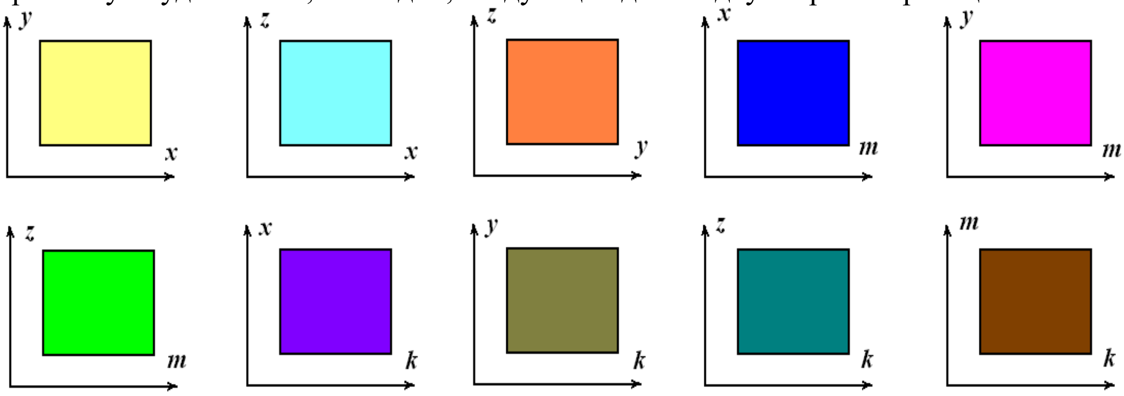

Рис.21 Двухмерные проекции пятимерного куба.

Такие двухмерные проекции – это то общее, что объединяет все многомерные пространства. Очевидно, что каждое из пространств имеет проекции во всех младших пространствах. Для пятимерного пространства это проекции на точку, на линию, на плоскость, трёхмерная и четырёхмерная проекции. Нас интересуют традиционно самые распространённые проекции – двухмерные. Это проекции самые простые в изображении, в высшей степени информативные и практически на все 100 процентов соответствующие нашему бытовому восприятию окружающего мира. Хотя зрение человека и трёхмерно, однако плоское восприятие более характерно. Двухмерные проекции максимально полно отображают любой объект, поэтому мы и рассматриваем их как базовый признак совпадения между многомерными пространствами. Тем не менее, в данном случае трёхмерные проекции четырёхмерных и более объектов заслуживают особого внимания ввиду их ярко выраженной необычности поведения.

Проекции пятимерных объектов в трёхмерном пространстве могут быть кубами даже в том случае, если по двум высшим измерениям (четвертой и пятой) объект не только не является кубом, но может быть вообще фигурой произвольной сложности. Подобный случай можно изобразить схематично в трёхмерной аксонометрии путем группировки равных (по величине) измерений, как это было сделано выше:

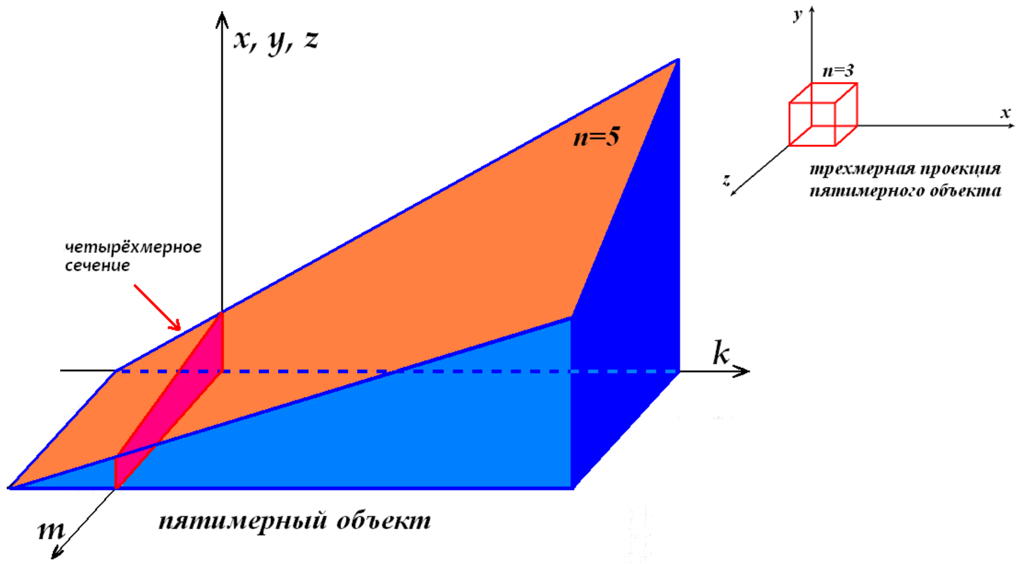

Рис.22 Пятимерный клинообразный объект в виде обобщённой трёхмерной проекции (все трёхмерные проекции имеют вид куба).

При движении такого пятимерного объекта по любой из высших координат в трёхмерном пространстве будут возникать и исчезать трёхмерные кубы различной величины и с различными свойствами. Эти свойства определяются свойствами объекта в целом. Например, по одной из координат m – объект имеет различную плотность, а по другой k – различный вещественный состав. Для наблюдателя трёхмерного пространства будет происходить явление, не поддающееся логическому описанию с физической точки зрения: куб может запросто превратиться из свинцового в золотой, будто на него воздействовали философским камнем. Однако, камень здесь ни при чём. При движении по высшим координатам, трёхмерная проекция куба каждый раз оказывается в различных областях этого объекта, а на трёхмерный куб проецируется именно эта область – со всеми своими свойствами.

Всё изложенное позволяет свести наборы пространственных координат к своеобразной схематичной иерархии – аналогии с привычными окружающими нас объектами (рис.23). В роли нульмерного пространства а) в реальном мире мы можем рассматривать как точку, так и с долей условности любой мелкий объект – шарик, зёрнышко и так далее. С одномерным пространством б) можно ассоциировать любой протяжённый тонкий предмет – струну, лыжную палку и прочее. Все плоские двухмерные объекты в) – это картины, чертежи, плакаты, которые мы условно изобразим в виде кадра киноленты. Примеров трёхмерных пространств г) ещё больше: это, по существу, все окружающие нас предметы.

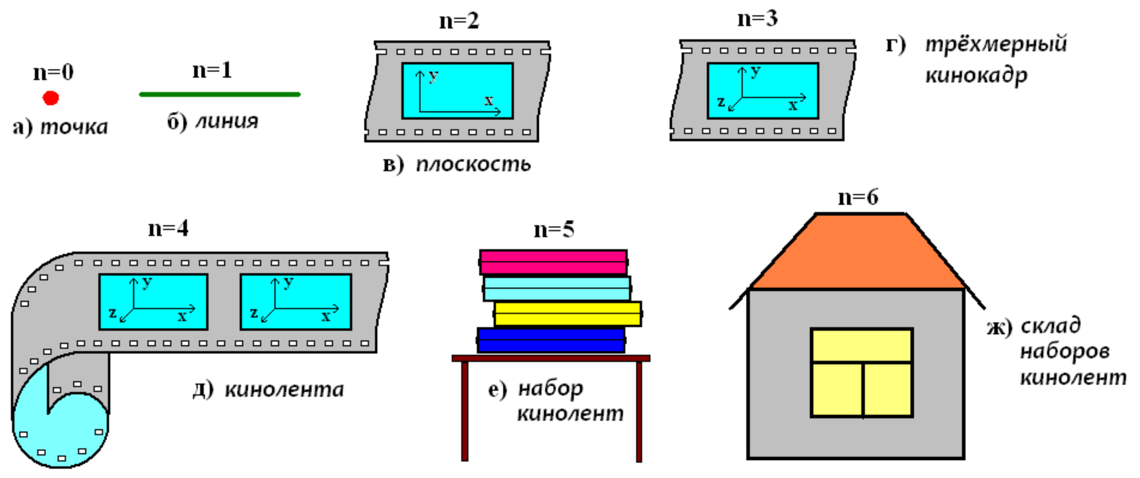

Рис.23 Ассоциативное представление последовательности пространств различной мерности.

Однако, для общности дальнейшего изложения трёхмерные пространства г) на рисунке мы изобразим как и двухмерные пространства – в виде аксонометрий (3D – объектов), запечатлённых на кадре киноленты. В этом случае сама кинолента может уже рассматриваться как четырёхмерное пространство д). Каждый кадр такой киноленты является отдельной трёхмерной проекцией г). Чем чаще кадры фиксируют окружающую действительность, тем более точно они изображают четырёхмерное пространство. Понятно, что перемещение по четвёртой координате пространства соответствует движению киноленты в киноаппарате. Причём мы свободны в нашем выборе: можно ленту двигать быстрее, можно медленнее, можно вообще её остановить и даже прокрутить в обратную сторону. В таком смысле время в качестве четвёртой координаты не даёт нам практически никакого выбора.

Если кинолента может быть ассоциирована с четырёхмерным пространством, то набор кинолент, шкаф с кинолентами е) можно ассоциировать с пятой координатой. Разумеется, при такой аналогии все координаты являются дискретными и связь между различными состояниями объекта прерывистая, не плавная.

В качестве следующей ассоциации – шестимерного пространства – можно привести склад с шкафами кинолент ж).

Можно было бы продолжить аналогии многомерных пространств, но ничего нового это уже не даст. Более того, уже на этом этапе видна любопытная закономерность. Если мы предположим, что многомерные пространства существуют в реальности, хотя и в более сложном, непрерывном, монолитном виде, то здравый смысл и логика сразу же зададутся вопросом: а почему мы, собственно говоря, не наблюдаем в повседневной жизни никаких из описанных свойств таких многомерных пространств? Ведь если они действительно существуют, то эти необъяснимые явления должны себя хоть как-то проявлять. Или всё же какие-то из загадочных явлений мы можем отнести к проявлениями движения четырёхмерных объектов через наше трёхмерное пространство? Что можно сказать, например, об НЛО? Или о загадочных кругах и других фигурах, образованных утрамбованными стеблями трав на полях и лугах? А неопознанные плавающие объекты – НПО – светящиеся и вращающиеся фигуры на морской поверхности («дьявольская карусель»)? Это ли не явное проявление четырёхмерной проекции? Или, наконец, весьма «ощутимое» хорошо известное явление – шаровая молния?

Вряд ли можно на эти вопросы ответить утвердительно. Конечно, один из основных признаков описанных явлений, казалось бы, совпадает с характерным признаком четырёхмерного объекта, спроецированного на трёхмерное пространство – появление его из ничего и такое же загадочное исчезновение. Однако, этот признак в целом для объектов не так уж и значителен, да и не надёжен – всегда можно привести более реалистичные причины возникновения и исчезновения. Существеннее другое – быстрое перемещение в пространстве, вращение, явная зависимость от среды, где явление отображается, что совсем не свидетельствует в пользу четырёхмерности. Если это и проекция четырёхмерного объекта, то он находится в весьма сложном движении в своём четырёхмерном пространстве, причём движется главным образом по трём воспринимаемым нами пространственным координатам. Другими словами, объяснение загадочных явлений четырёхмерностью пространства слишком искусственно, не убедительно. Следовательно, вряд ли разумно принимать реальность наличия четвёртой *пространственной* координаты.

Пространства большей мерности, в прямом понимании пространственности координат, выглядят ещё менее убедительно.

Литература

1. Путенихин П.В., Материя, Пространство, Время. – Самиздат, 2007, http://zhurnal.lib.ru/editors/p/putenihin_p_w/materia.shtml
2. Путенихин П.В., Свойства эфира, SciTecLibrary, 2008, http://zhurnal.lib.ru/editors/p/putenihin_p_w/ephir.shtml
3. Путенихин П.В., Трёхмерность бытия и теоремы Ферма и Пифагора, SciTecLibrary, 2004, http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/6523.html