Квантовая Магия, том 6, вып. 4, стр. 4101-4124, 2009

Что такое неравенства Белла?

П.В. Путенихин
m55@mail.ru

(Получена 5 августа 2009; изменена 22 августа 2009; опубликована 15 октября 2009)

Неравенства Белла используются в качестве основного аргумента в споре между локальным реализмом Эйнштейна и квантовой нелокальностью. Если тщательно проанализировать доводы, то можно признать: Эйнштейн прав – квантовая механика неполна, а "современная физика, превратилась, по сути дела, в продолжение математики, совершенно утратив все надежды на понимание природы изучаемых явлений".

Какие они, неравенства?

Вопрос не праздный и очень даже не простой. Вот что, например, пишет на Самиздате один из его авторов: "Не так давно мне тут всю плешь проели по поводу теоремы Белла. Уж чего только не говорили. Не говорили только, что это такое на самом деле, с чем ее едят и что из нее следует. Видимо, все были крутыми специалистами и упоминание таких мелочей было ниже их достоинства" [17]. Попробуем и мы обратиться к этой интересной теме. Теорема Белла – это выкладки, результатом которых являются указанные неравенства.

Вариантов так называемых "неравенств Белла" в литературе встречается множество и, собственно, оригинальной формулировки "теоремы Белла" и "неравенств Белла" нет. Одним из наиболее известных выражений этих неравенств является вариант CHSH–неравенства, полученного Клаузером, Хорном, Шимони и Хольтом, которое выглядит так:

$$|\langle AB\rangle + \langle A'B\rangle + \langle AB'\rangle - \langle A'B'\rangle| \le 2.$$

Варианты написания неравенства могут незначительно различаться. Например, так [2]:

$$-2 \le S \le 2,$$

где: S = E(a, b) - E(a, b') + E(a', b) + E(a', b').

Вид неравенства чаще всего определяется условиями эксперимента, исследуемой в нём модели. В этом случае оно приобретает соответствующий вид, например, такой [11]:

$$\mathbf{P}_{12}(\theta_1,\theta_2) - \mathbf{P}_{12}(\theta_1,\theta_2') - \mathbf{P}_{12}(\overline{\theta_1'},\theta_2) - \mathbf{P}_{12}(\theta_1',\overline{\theta_2'}) \le 0$$

На вид неравенства влияет и конструкция экспериментальной установки, которая может потребовать ещё более сложных форм написания неравенств Белла. Например, А.Аспект использует такой вид неравенств [3]:

$$S = \frac{N(\vec{a},\vec{b})}{N(\infty,\infty)} - \frac{N(\vec{a},\vec{b}')}{N(\infty,\infty')} + \frac{N(\vec{a}',\vec{b})}{N(\infty',\infty)} + \frac{N(\vec{a}',\vec{b}')}{N(\infty',\infty')} - \frac{N(\vec{a}',\infty)}{N(\infty',\infty)} - \frac{N(\infty,\vec{b})}{N(\infty,\infty)}$$

Или похожий вариант новых неравенств B.C.H.S.H:

$$1 \le S' \le 0,$$

где величина S`

$$S' = \frac{N(\mathbf{a},\mathbf{b}) - N(\mathbf{a},\mathbf{b}') + N(\mathbf{a}',\mathbf{b}) + N(\mathbf{a}',\mathbf{b}') - N(\mathbf{a}',\infty) - N(\infty,\mathbf{b})}{N(\infty,\infty)}$$

представлена в виде функции измеренных норм (количеств) совпадений.

Следующее [49] "оптимальное неравенство типа неравенства Белла для трёхчастичного ГХЦ-состояния было написано Мерминым и имеет вид

$$|\langle xyy\rangle + \langle yxy\rangle + \langle yyx\rangle - \langle xxx\rangle| \le 2."$$

Для того, чтобы понять суть неравенств Белла и их роль в квантовой физике, что и чему не равно и по какой причине, рассмотрим условия и причину появления неравенств.

Вероятностная интерпретация квантовой механики

Одним из основных понятий квантовой физики является волновая функция. Часто её отождествляют с похожим понятием – вектором состояния:

"Волновая функция (амплитуда вероятности, вектор состояния), в квантовой механике основная величина, описывающая состояние системы и позволяющая находить вероятности и средние значения характеризующих её физических величин. Квадрат модуля волновой функции равен вероятности данного состояния, поэтому волновую функцию называют также амплитудой вероятности". [16]

Название [12] - *амплитуда вероятности* отражает первый общий принцип квантовой механики, который заключается в том, что вероятность того, что частица достигнет точки *x*, выйдя из источника *s*, может быть численно представлена квадратом модуля комплексного числа, для записи которого используется сокращенное обозначение $<x|s>$.

"Например, вероятность того, что квантовая частица находится в точке с заданными координатами, равна квадрату ее волновой функции, аргументом которой является координата. Соответственно, вероятность того, что частица имеет определенный импульс, равна квадрату волновой функции с импульсом в качестве аргумента. Поэтому у квантовой частицы нет определенной координаты или импульса – они принимают то или другое значение лишь с какой-то вероятностью" [53].

"Для описания поведения квантовых систем вводится ***волновая функция*** (другое название – *пси-функция*) $\Psi(x, y, z, t)$. Она определяется таким образом, чтобы вероятность dw того, что частица находится в элементе dV была равна:

$$dw = |\Psi|^2 dV$$

Физический смысл имеет не сама функция Ψ, а квадрат ее модуля $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$, которым задается интенсивность волн де Бройля (здесь Ψ^* - функция, комплексно сопряженная с Ψ). Величина $|\Psi|^2$ имеет смысл ***плотности вероятности***, а сама волновая функция Ψ имеет смысл ***амплитуды вероятности***" [28].

К классическим определениям квантово-механической волновой функции относится определение, данное Ландау и Лившицем [26]:

"Основу математического аппарата квантовой механики составляет утверждение, что описание состояния системы осуществляется заданием определенной (вообще говоря, комплексной) функции координат Ψ(q), причем квадрат модуля этой функции определяет распределение вероятностей значений координат: $|\Psi|^2 dq$ есть вероятность того, что произведенное над системой измерение обнаружит значения координат в элементе dq конфигурационного пространства. Функция Ψ называется волновой функцией системы".

Более объемлющим понятием является понятие вектора состояния [14]:

"Вектор состояния (амплитуда состояния; символ $|\Psi>$ или $|>$, предложен П. А. М. Дираком) - основное понятие квантовой механики, математический объект, задание которого в определенный момент времени полностью определяет состояние квантовомеханической системы и, при известных взаимодействиях, ее дальнейшую эволюцию... Функция $\psi(n)$ называется волновой функцией в представлении величин n. Квадрат модуля волновой функции $|\psi(n)|^2$, согласно статистической интерпретации квантовой механики, равен вероятности того, что для системы, находящейся в состоянии, описываемом вектором состояния $|\Psi>$, набор определяющих состояние величин равен n. Таким образом, волновая функция представляет собой амплитуду вероятности. Поскольку задание волновой функции полностью определяет вектор состояния $|\Psi>$ динамической системы, можно вычислить вероятности возможных значений K_i любой другой физической величины K, не входящей в полный набор (n).

Большое внимание волновой функции и вероятностному подходу в квантовой механике уделил Ричард Фейнман в своих знаменитых лекциях [46, с.11]:

"Наш первый общий принцип квантовой механики заключается в том, что вероятность того, что частица достигнет точки x, выйдя из источника s, может быть численно представлена квадратом модуля комплексного числа, называемого амплитудой вероятности, в нашем случае — "амплитудой того, что частица из s попадет в x". В квантовой механике нам тоже удалось упростить запись многих вещей, воспользовавшись идеей "вектора состояния". Вектор состояния ничего общего, конечно, не имеет с геометрическими векторами в трехмерном пространстве: это просто отвлеченный символ, который обозначает физическое состояние, отмечаемое своим "значком" или "названием" ψ. Представление это весьма и весьма полезно, потому что на языке этих символов законы квантовой механики выглядят как алгебраические уравнения". [47, с.200]

В своих работах Фейнман зачастую сокращает понятие "амплитуда вероятности" до одного слова "амплитуда". О том, что это тождественные понятия, можно косвенно судить по следующим его высказываниям в томе 9 "Лекций":

"Если у нас имеется волновая функция отдельного фотона, то это — амплитуда того, что он будет обнаружен где-то". [47, с.234]

"Но нужно помнить одну вещь: амплитуда для электрона быть в данном месте это амплитуда, а не вероятность". [47, с.7]

"Если для электрона амплитуда того, что он окажется в x_n, равна C_n, то вероятность найти его там будет $|C_n|^2$". [47, с.14]

В берклеевском курсе физики Вихман отмечает внешнее сходство величин амплитуд плотности энергии классической физики и квантово-механических вероятностей:

"Неправильно интерпретировать сумму квадратов амплитуд E и B как плотность энергии в пространстве, в котором движется фотон. От этой идеи, принадлежащей классической физике, необходимо отказаться. Вместо этого каждую величину, квадратично зависящую от амплитуды волны, следует интерпретировать как величину, пропорциональную вероятности какого-то процесса. Например, интеграл от суммы квадратов амплитуд E и B по некоторой конечной области пространства не равен энергии, вносимой фотоном в эту область. Он пропорционален вероятности обнаружить в этой области фотон, если мы попытаемся "поймать" его с помощью, например, фотоэлемента. Аналогично, вычисленный в классической теории поток излучения через щель в экране следует интерпретировать в новой теории как величину, пропорциональную вероятности того, что фотон будет обнаружен, если мы поместим непосредственно за щелью фотоэлемент". [13, с.171]

"Гипотеза де Бройля позволяет все результаты, известные для дифракции и интерференции света, обобщить и на случай обычных (квантовых!) частиц. Амплитуда вероятности при этом играет ту же роль, что и амплитуда электромагнитной волны (в случае света), а плотность вероятности частиц является аналогом интенсивности светового потока" [22].

"Мы говорили, что амплитуда волны должна быть истолкована в понятиях вероятности. Частицу вероятнее всего обнаружить там, где амплитуда волновой функции велика. Более точно, квадрат модуля волновой функции в данной точке является мерой вероятности обнаружить частицу (например, с помощью "небольшого" прибора) вблизи этой точки". [13, с.217]

Таким образом, как видим, в обозначениях и формулировках, относящихся к базовым понятиям квантовой механики – волновой функции, амплитуде вероятности, вектору состояния имеются некоторые разночтения и различия. Тем не менее, вполне очевидно, что научная теория – квантовая механика полностью отражает реальность, даёт исчерпывающую информацию о ней. И это не смотря на то, что о параметрах квантовых частиц можно говорить только с вероятностной точки зрения. Впервые точно сформулированная вероятностная интерпретация квантовой механики, волновой функции была предложена в 1926 году Максом Борном. В дальнейшем эти представление были положены в основу так называемой Копенгагенской интерпретации квантовой механики (КИ): "Именно Борн правильно (насколько нам известно) отождествил ψ в уравнении Шредингера с амплитудой вероятности, предположив, что квадрат амплитуды — это не плотность заряда, а всего лишь вероятность (на единицу объема) обнаружить там электрон и что если вы находите электрон в некотором месте, то там окажется и весь его заряд. Вся эта идея принадлежит Максу Борну". [47, с.233]

"Предполагавшаяся уже ранее в исследованиях по теории излучения и сформулированная точно в борновской теории столкновений гипотеза, что волновая функция определяет вероятность наличия частицы, оказалась частным случаем общей закономерности и естественным следствием основных положений квантовой механики" [18]. "Используя высказанные ранее Эйнштейном идеи о взаимосвязи между световыми волнами и фотонами, согласно которым квадрат амплитуды этих волн в данной точке должен был определять вероятность нахождения в ней фотона, Борн выдвинул интерпретацию $|\psi|^2$ - квадрата модуля шредингеровской волновой функции как плотности вероятности в конфигурационном пространстве". [10, с.236]

Борн отмечал в своих воспоминаниях, что уже тогда размышления над многомерными векторами этой теории зародили в нем идеи, которые он позднее развил. Они впервые были опубликованы в виде короткой заметки в журнале "Zeitschiift fur Physik", а затем в классической статье; обе работы имеют одинаковое название "К квантовой механике процессов соударения". Содержание этих работ хорошо известно и не требует подробного пересказа. В интерпретации Борна шредингеровская волновая функция характеризует вероятность нахождения частицы в различных точках пространства.

Именно в первую очередь за них Максу Борну была присуждена Нобелевская премия. [10, с.259]

"Итак, я хотел бы в виде опыта проследить за следующим представлением: "ведущее поле", задаваемое скалярной функцией ψ от координат всех участвующих частиц и от времени, распространяется в соответствии с дифференциальным уравнением Шрёдингера. Однако перенос импульса и энергии происходит так, как если бы в действительности двигались корпускулы (электроны), Пути этих корпускул определены лишь в той степени, в какой их ограничивают законы сохранения энергии и импульса; в остальном выбор данного пути определяется лишь вероятностью, задаваемой распределением значений функции ψ. Это представление можно было бы обобщить следующим, хотя и несколько парадоксальным образом: движение частиц следует вероятностным законам, но сама вероятность распространяется в соответствии с законом причинности". [9, с.633, 6, 7]

"Согласно интерпретации, предложенной М.Борном, величина $\rho_\psi=|\psi|^2$ является **плотностью вероятности** нахождения частицы в данной точке пространства, а, соответственно, величина $\rho_\psi=|\psi|^2 d\Omega$ есть **вероятность** обнаружения частицы в области пространства объёмом $d\Omega$, содежащей данную точку. Величина j_ψ называется, соответственно, током вероятности. Саму волновую функцию ψ Р.Фейнман предлагает называть амплитудой вероятности, но данный термин не является общепринятым" [25].

"Квадрат модуля берется по той причине, что сама волновая функция (из-за мнимого коэффициента перед производной по времени в дифференциальном уравнении) комплексна, в то время как величины, допускающие физическую интерпретацию, конечно, должны быть вещественными.

Мы уже упоминали об интерпретации волновой функции, данной Борном (гл. IV, §7). Пусть собственная функция ψ соответствует некоторому состоянию; тогда есть вероятность, что электрон (рассматриваемый как частица) находится в элементе объема dv.

Эта интерпретация станет совершенно очевидной, если рассмотреть не собственные квантовые состояния (с дискретными отрицательными значениями энергии), а состояния с положительной энергией, соответствующие гиперболическим орбитам теории Бора" [8 , с.173].

Борн отмечает, что вероятностный подход к волновой функции основывается на идеях Паули и Шредингера: "Такое обобщение волновой механики предложил Паули (1925 г.).

Основная идея его теории состоит примерно в следующем. Для простоты рассмотрим свободный электрон. Согласно Шредингеру, его состояние описывается волновой функцией $\psi(x,\ y,\ z,\ t)$, причем $|\psi|^2$ дает вероятность того, что электрон будет обнаружен в рассматриваемой точке. Мы могли бы ввести спин в волновое уравнение, пользуясь представлением о вращающемся электроне". [8, с.217]

"Следовало найти путь к объединению частиц и волн. Я видел связующее звено в идее вероятности. В нашей статье, написанной втроем, был раздел (гл. III, §2), принадлежащий одному мне (7). В нем фигурировал вектор x с компонентами x_1, x_2, x_3..., на который действуют матричные операторы. Ему не придавалось какого-либо смысла; я думал, что он имеет отношение к распределению вероятности. Но лишь после того, как стала известна шредингеровская работа, я смог показать, что эта догадка была правильной и что вектор x есть непрерывное представление волновой функции ψ, так что $|\psi|^2$ - плотность вероятности в конфигурационном пространстве. Эта гипотеза была подтверждена описанием процессов соударений в терминах рассеяния волн и другими методами". [10, с.16]

Парадокс ЭПР

Однако такой подход в теории вызвал возражения у ряда исследователей, в том числе, у А.Эйнштейна. Эйнштейн и его сотрудники - Подольский и Розен подвергли сомнению полноту квантовой механики. Суть возражения состояла в том, что квантовая механика не полна, волновая функция не позволяет дать полное описание реальности, о чём свидетельствует явление запутанности квантовых частиц. В 1935 году они предложили мысленный эксперимент, из которого, по их мнению, следовало, что для описания физических объектов волновой функции недостаточно. В статье "Можно ли считать, что квантово-механическое описание физической реальности является полным?" они рассмотрели систему двух коррелированных (в состоянии запутанности) частиц. В статье были приведены доказательства, что измерение над одной из связанных частиц позволяет узнать дополнительные параметры второй частицы, что противоречит положениям квантовой механики. Это и означает, что волновая функция не полностью характеризует частицу, что квантовая механика не полна.

"В полной физической теории существует определенный элемент, соответствующий каждому элементу реальности. Достаточным условием реальности той или иной физической величины является возможность предсказания ее с достоверностью, не нарушая системы. В квантовой механике в случае двух физических величин, описываемых некоммутирующими операторами, знание одной из этих величин делает невозможным знание другой. Тогда, либо 1) описание реальности в квантовой механике с помощью волновой функции является неполным, либо 2) эти две физические величины не могут одновременно обладать реальностью. Рассмотрение проблемы предсказания поведения некоторой системы на основе измерений, выполненных над другой системой, которая предварительно взаимодействовала с рассматриваемой, приводит к результату, что если утверждение "1" неверно, то утверждение "2" также неверно. Таким образом, это приводит к заключению, что описание физической реальности с помощью волновой функции является неполным" [55, с.604].

Поскольку вероятность нахождения квантовой частицы в каком-либо состоянии одного из своих параметров равна квадрату её волновой функции по этому параметру, у квантовой частицы нет определённого значения этого параметра – они принимают то или другое значение лишь с какой-то вероятностью. И только в процессе измерения, когда волновая функция "схлопывается", значение параметра становится известным точно. По мнению Эйнштейна это плохо совмещается с представлениями о реальности. Он приводит такое определение понятия элемента физической реальности:

"Элементы физической реальности не могут быть определены при помощи априорных философских рассуждений, они должны быть найдены на основе результатов экспериментов и измерений. Однако для наших целей нет необходимости давать исчерпывающее определение реальности. Мы удовлетворимся следующим критерием, который считаем разумным. *Если мы можем, без какого бы то ни было возмущения системы, предсказать с достоверностью* (т. е. вероятностью, равной единице) *значение некоторой физической величины, то существует элемент физической реальности, соответствующий этой физической величине.* Нам кажется, что этот критерий, хотя он далеко не исчерпывает всех возможных способов распознавания физической реальности, по крайней мере, дает нам один из таких способов, коль скоро выполняются формулированные в нем условия. Этот критерий, рассматриваемый не как необходимое, а только лишь как достаточное условие реальности, находится в согласии как с классическим, так и с квантово-механическим представлением о реальности". [55, с.605].

Против доводов Эйнштейна выступил Бор. Полемику между Эйнштейном, Подольским и Розеном, с одной стороны, и Бором, с другой, можно рассматривать как спор о физическом смысле волновой функции. Во вступительной статье Фока к одной из публикаций упомянутой работе Эйнштейна говорится:

"Эйнштейн говорит, что основным понятием теории является понятие состояния, описываемого волновой функцией. Эйнштейн понимает слово "состояние" в том смысле, какой ему обычно приписывается в классической физике, т. е. в смысле чего-то вполне объективного и совершенно независящего от каких бы то ни было сведений о нем. Отсюда и проистекают все парадоксы. Квантовая механика действительно занимается изучением объективных свойств природы в том смысле, что ее законы продиктованы самой природой, а не человеческой фантазией. Но к числу объективных понятий не принадлежит понятие о состоянии в квантовом смысле. В квантовой механике понятие о состоянии сливается с понятием "сведения о состоянии, получаемые в результате определенного максимально-точного опыта". В ней волновая функция описывает не состояние в обыкновенном смысле, а скорее эти "сведения о состоянии". Эйнштейн показывает, что, не трогая системы, можно придать ее волновой функции тот или иной вид. Если считать вместе с Эйнштейном, что волновая функция описывает объективное состояние, то, конечно, его результат будет иметь характер парадокса. Ведь невозможно себе представить, чтобы объективное состояние системы (что бы мы под этим ни подразумевали) менялось в результате каких бы то ни было операций, произведенных не над ней, а над другой системой, которая с ней вовсе не взаимодействует. Но хотя в результате таких операций не может меняться "объективное состояние" системы, зато могут меняться "сведения о состоянии", т. е. состояние в квантовом смысле.

Поэтому все парадоксы исчезают, коль скоро мы откажемся от проводимого Эйнштейном неверного "объективного" толкования волновой функции и примем правильное ее толкование, т. е. будем считать, что она описывает "состояние в квантовом смысле" или "сведения о состоянии, получаемые в результате определенного максимально-точного опыта" [50 с.437].

Нильс Бор опубликовал статью, в которой подробно рассмотрел аргументы Эйнштейна, используя понятие дополнительности, состоящее во взаимном исключении всяких двух экспериментальных манипуляций, которые позволили бы дать однозначное определение двух взаимно-дополнительных физических величин. Бор отметил, что: "в области квантовых явлений невозможен точный учет обратного действия объекта на измерительные приборы, т. е. учет переноса количества движения в случае измерения положения и учет смещения в случае измерения количества движения. В связи с этим никакие сравнения и аналогии между квантовой механикой и обыкновенной статистической механикой никогда не смогут передать сути дела, - как бы не были полезны такие аналогии для формального изложения теории. Ведь в каждой постановке опыта, пригодной для изучения собственно квантовых явлений, мы сталкиваемся не только с незнанием значений некоторых физических величин, но и с невозможностью дать этим величинам однозначное определение. [50, с.452]

Он приходит к выводу, что:

"формулировка вышеупомянутого критерия физической реальности, предложенного Эйнштейном, Подольским и Розеном, содержит двусмысленность в выражении "без какого бы то ни было возмущения системы". Разумеется, в случае, подобном только что рассмотренному, нет речи о том, чтобы в течение последнего критического этапа процесса измерения изучаемая система подвергалась какому-либо механическому возмущению. Но и на этом этапе речь идет по существу о возмущении в смысле влияния на самые условия, определяющие возможные типы предсказаний будущего поведения системы. Так как эти условия составляют существенный элемент описания всякого явления, к которому можно применять термин "физическая реальность", то мы видим, что аргументация упомянутых авторов не оправдывает их заключения о том, что квантовомеханическое описание существенно неполно. Напротив того, как вытекает из наших предыдущих рассуждений, это описание может быть характеризовано как разумное использование всех возможностей однозначного толкования измерений, совместимого с характерным для квантовых явлений конечным и не поддающимся учету взаимодействием между объектом и измерительными приборами". [50, с.453]

Помимо обратного влияния измерительного прибора на объект измерения, Бор отмечает необходимость учитывать влияние объектов измерения и на часовые механизмы:

Кроме уже рассмотренного выше переноса количества движения между объектом и телами, определяющими пространственную систему отсчета, нам придется теперь при изучении такого рода установок исследовать возможный обмен энергией между объектом и этими "часовыми" механизмами.

Существенный пункт в рассуждениях, относящихся к измерениям времени в квантовой механике, вполне аналогичен тому аргументу, который относится к измерениям положения. ... Действительно, возможность контролировать передаваемую часам энергию, не нарушая действия их как указателей времени, принципиально исключена [50, с.455].

Вместе с тем доводы Фока и Бора в целом можно отнести к теоретико-логическим, описательным. Несмотря на логичность и стройность, доводы, тем не менее, не обладали достаточной математической строгостью, формальностью. Вследствие этого продолжались попытки построения теорий, которые должны были объяснить поведение запутанных частиц путём расширения аппарата квантовой механики, включения в него понятий "скрытые переменные" или "дополнительные параметры". И только с появлением работы Белла был практически окончательно решён вопрос об ошибочности доводов Эйнштейна и неспособности теорий с "дополнительными параметрами" разрешить ЭПР-парадокс.

Статья Белла

Статья Д.Белла "Парадокс Эйнштейна Подольского Розена" была опубликована в 1964 году и породила понятие "неравенства Белла". В ней Белл произвёл тщательный анализ доводов Эйнштейна, Подольского и Розена. Он убедительно показал, что теории со скрытыми переменными в принципе не позволяют объяснить результаты, полученные в реальных экспериментах. Вывод, к которому пришёл Белл, гласит: "В квантовой теории с дополнительными параметрами для того, чтобы определить результаты индивидуальных измерений без того, чтобы изменить статистические предсказания, должен быть механизм, посредством которого настройка одного измеряющего устройства может влиять на чтение другого отдаленного инструмента. Кроме того, задействованный сигнал должен распространяться мгновенно так, что такая теория не может быть лоренц-инвариантом" [5, 31, 32, 39].

Другими словами, если мы с позиции теории с дополнительными параметрами будем утверждать, что результаты измерений над каждой частицей полностью независимы друг от друга, независимы в физическом смысле, а все совпадения являются статистическими следствиями, то есть, по существу, они всего лишь случайные совпадения, то в этом случае мы будем вынуждены переложить весь груз этой случайности на некий механизм, упомянутый Беллом. Этот механизм должен обладать способностью подстраиваться под измерения со сверхсветовой скоростью. Следовательно, такая теория противоречит специальной теории относительности и поэтому тоже отвергает ЭПР-аргументы.

В принципе, на этом можно было бы и закончить, если бы не некоторые довольно примечательные обстоятельства. В первую очередь это то, что анализ Белла и аргументы Эйнштейна никак не объясняют собственно механизм корреляции. Как оказалось, эйнштейновские аргументы опровергнуты чисто математическими выкладками: поведение квантовых частиц не может быть описано статистически, никакие "дополнительные параметры" не могут обеспечить требуемой корреляции. С другой стороны, доводы Белла сыграли лишь деструктивную роль – опровергли целый класс таких теорий. Но поведение частиц, не являясь статистическим, демонстрирует некоторую "взаимозависимость". Простой констатацией факта и присвоением ему названия "нелокальность" вряд ли можно ограничиться. Суть нелокальности никак не раскрывается. В наши дни это понятие расширено новым термином "несепарабельность", так же не раскрытым полностью. Суть явления выглядит таким образом: между объектами нет взаимодействия, но ведут они себя таким образом, будто такое взаимодействие есть. В литературе встречаются аллегории, будто частицы "видят будущее". Некоторые формулировки, описывающие явления, подобные ЭПР-парадоксу, содержат чёткие словосочетания "как только одна..., так сразу же другая", явно отражающие отношение взаимозависимости.

Прежде, чем мы попытаемся разобраться в сущности неравенств Белла, рассмотрим более подробно, как они выглядели в оригинале, у автора.

Как выглядят неравенства Белла в оригинале?

Как уже было отмечено выше, "неравенства Белла" в литературе приводятся в разных видах. В таком случае возникает резонный вопрос, а как же они выглядели у автора этих неравенств, у самого Белла? В статье Белла, как можно заметить, нет ни одного выражения, хотя бы близко похожего на приведённые выше неравенства. Кратко рассмотрим его выкладки [5, 39, 32, 31].

"В примере, приведенном Бомом и Аароновым, ЭПР-аргумент состоит в следующем.

Рассмотрим пару частиц с полуцелым спином, сформированных в синглетном состоянии и движущихся свободно в противоположных направлениях. Измерения могут быть сделаны, например, с помощью магнитов Шрена-Герлаха на выбранных компонентах спина $\boldsymbol{\sigma}_1$ и $\boldsymbol{\sigma}_2$. Если измерение компоненты $\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}$ - некоторый единичный вектор, дает значение +1, тогда, согласно квантовой механике, измерение $\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{a}$ должно дать значение -1 и наоборот. Теперь мы выдвигаем гипотезу [2], и это является, по крайней мере заслуживающим рассмотрения, что, если эти два измерения сделаны в отдаленных друг от друга местах, то ориентация одного магнита не влияет на результат, полученный на другом магните. Так как мы можем заранее предсказать результат измерения любой выбранной компоненты $\boldsymbol{\sigma}_1$, предварительно измерив ту же самую компоненту $\boldsymbol{\sigma}_2$, из этого следует, что результат любого такого измерения должен быть фактически предопределен. Так как исходная квантовомеханическая волновая функция *не определяет* результата индивидуального измерения, эта предопределённость подразумевает возможность большого набора состояний.

Давайте этот большой набор состояний определим посредством параметров λ. Совершенно безразлично, обозначает λ единственную переменную или их набор, или даже набор функций, и являются переменные дискретными или непрерывными. Однако мы примем, что λ - это единственный непрерывный параметр. Тогда результат A измерения $\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\mathbf{a}$ зависит от **a** и λ, а результат B измерения $\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\mathbf{b}$ в том же самом случае зависит от **b** и λ, и

$$A(\mathbf{a}, \lambda) = \pm 1,\ B(\mathbf{b},\lambda) = \pm 1, \tag{1}$$

Главное в предположении [2] - это то, что результат B для частицы 2 не зависит от установки **a** магнита для частицы 1, как и A от **b**.

Если ρ(λ) - распределение вероятности λ, тогда ожидаемые значения совместного наблюдения этих двух компонент $\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\mathbf{a}$ и $\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\mathbf{b}$ равны

$$P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda p(\lambda) A(\boldsymbol{a}, \lambda) B(\boldsymbol{b}, \lambda) \tag{2}$$

Оно должно равняться квантово-механическому значению ожидания, которое для синглетного состояния равно

$$\langle \boldsymbol{\sigma}_1\cdot\mathbf{a}\ \boldsymbol{\sigma}_2\cdot\mathbf{b} \rangle = -\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} \tag{3}$$

Однако будет показано, что это невозможно".

Заключительным выражением у Белла является следующее (опуская промежуточные выкладки, приведём лишь окончательный результат):

$$4(\varepsilon + \delta) \geq |\mathbf{a}\cdot\mathbf{c} - \mathbf{a}\cdot\mathbf{b}| + \mathbf{b}\cdot\mathbf{c} - 1 \tag{22}$$

Для примера примем, что $\mathbf{a}\cdot\mathbf{c} = 0$, $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \mathbf{b}\cdot\mathbf{c} = 1/\sqrt{2}$. Тогда

$$4(\varepsilon + \delta) \geq \sqrt{2} - 1$$

Как видим, для любого малого конечного ε, δ не может быть произвольно малым.

Таким образом, значение квантово механического ожидания не может быть представлено ни точно, ни произвольно близко в форме (2).

Полученное выражение (22), по существу, и следует считать оригиналом неравенств Белла. Из этого неравенства следует вывод, что никакая статистическая теория с дополнительным параметром не может обеспечить с произвольной точностью такой же корреляции, что и квантово-механическое уравнение. На основании проведённого анализа Белл и приходит к своему выводу о невозможности придерживаться статистических предсказаний в поведении частиц в ЭПР-парадоксе.

Как видим, оригинал так же отличается от множества других "неравенств Белла", как и большинство этих "неравенств" отличаются друг от друга. В чём же дело? Означает ли это, что произошла подмена? Является ли она принципиальной в главном споре между нелокальностью и локальным реализмом с теориями дополнительных переменных? Видимо, принципиальных противоречий в различных формулировках неравенств Белла нет. Все они едины своим духом и, по сути, одинаково противостоят статистическим трактовкам явления запутанности квантовых частиц. Вкратце суть их можно сформулировать следующим образом. Если рассматривать события измерения двух удалённых друг от друга квантовых частиц, бывших до этого во взаимодействии, то статистические предсказания дают неверный результат. Эти предсказания исходят из того, что частицы ведут себя полностью независимо: результат измерения над одной частицей не оказывает влияния на результат измерения над другой частицей. Однако между этими измерения существуют явно видимые соотношения, которые более связаны друг с другом, чем случайные события. Это явление, как отмечено выше, получило название нелокальности. Проще говоря, мы видим, что результат второго измерения зависит от результата первого измерения, мы отчётливо видим связь, зависимость между двумя измерениями. Но это противоречит специальной теории относительности, к тому же никто и никогда не наблюдал сигнала, с помощью которого частицы "передают" информацию друг другу. Эти противоречия со временем и привели к появлению понятия "нелокальность", которое в свою очередь является антагонизмом понятия "локальность" или в более широком смысле понятия "локальный реализм", который связывают с именем Эйнштейна.

Сущность нелокальности и локального реализма

Поскольку неравенства Белла тесно связаны с конфликтом между нелокальностью и локальным реализмом, рассмотрим противоречия между ними подробнее. В обзорной части своей статьи Белл пишет [5, 39, 32, 31]: "Парадокс Эйнштейна, Подольского и Розена был выдвинут как аргумент того, что квантовая механика – теория не полная и в нее должны быть включены дополнительные переменные. Эти дополнительные переменные должны были вернуть в теорию причинность и локальность. Отметим, что идея будет сформулирована математически и будет показано, что она несовместима со статистическими предсказаниями квантовой механики. Главную трудность создает требование локальности, означающее, что результат измерения на одной системе не может зависеть от действий на отдаленной системе, с которой она взаимодействовала в прошлом. Предпринимались попытки показать, что даже без такой сепарабельности или требования локальности невозможны никакие интерпретации квантовой механики со "скрытыми переменными".

При желании можно найти описания этих попыток. Кроме того известна явно построенная интерпретация элементарной квантовой теории со скрытой переменной. Эта специфическая интерпретация в действительности имеет чрезвычайно нелокальную структуру. Белл доказал, что это нелокальность характерна для любой теории, которая точно воспроизводит квантово-механические предсказания.

По Эйнштейну результаты измерения частиц являются косвенно зависимыми. Это значит, что коррелированные значения состояния частиц возникают в момент запутывания частиц и сохраняется до конца опыта [33, 37]. То есть, случайные, но взаимосвязанные состояния частиц формируются к моменту их разделения. В дальнейшем они сохраняют полученные при запутывании состояния, и "хранятся" эти состояния в неких элементах физической реальности, описываемых "дополнительными параметрами".

"Но одно предположение представляется мне бесспорным. Реальное положение вещей (состояние) системы S_2 не зависит от того, что проделывают с пространственно отделённой от неё системой S_1" [54, с.290].

"…так как во время измерения эти две системы уже не взаимодействуют, то в результате каких бы то ни было операций над первой системой, во второй системе уже не может получиться никаких реальных изменений" [55].

Эти представления впоследствии получили название "локального реализма". Как пишет Доронин:

"Насчет того, что понимать под нелокальностью в КМ, то в научной среде, я считаю, сложилось некоторое согласованное мнение на этот счет. Обычно под нелокальностью КМ понимают то обстоятельство, что КМ противоречит принципу локального реализма (его еще часто называют принципом локальности Эйнштейна).

Принцип локального реализма утверждает, что если две системы A и B пространственно разделены, тогда при полном описании физической реальности, действия, выполненные над системой A, не должны изменять свойства системы B" [21, 20].

Итак, две разделённые пространственно частицы образуют нелокальную систему: действия над одной из них не изменяют состояния другой, но при этом эти состояния частиц оказываются коррелированными, то есть *связанными* друг с другом. Следовательно, суть парадокса ЭПР состоит не только в утверждении неполноты квантовой механики, не только в утверждении о неполном описании волновой функцией состояния квантовых объектов, но и в противопоставлении в целом явления нелокальности и локального реализма.

Однако это пока лишь общие сведения, констатация факта противоречия нелокальности и теорий со "скрытыми переменными". Пока не вполне отчётливо видна роль "неравенств Белла" в разрешении этого противоречия. То, что в экспериментах эти неравенства нарушаются, хорошо известный факт. Но как происходит это нарушение? Почему всё-таки квантовая механика их не нарушает, а теории со "скрытыми переменными" нарушают?

Как "работают" неравенства Белла

Итак, две разделённые пространственно частицы образуют нелокальную систему: действия над одной из них не изменяют состояния другой, но при этом эти состояния частиц оказываются коррелированными, то есть *связанными* друг с другом. Следовательно, суть парадокса ЭПР состоит не только в утверждении неполноты квантовой механики, не только в утверждении о неполном описании волновой функцией состояния квантовых объектов, но и в противопоставлении в целом явления нелокальности и локального реализма.

Рассмотрим одно из наиболее удачных и компактных описаний "механизма" неравенств Белла в варианте Белла-Клаузера-Хорна-Шимони в изложении Холево. Рассматривая мысленный эксперимент ЭПР, Белл обратил внимание на глубокий и неожиданный вывод [51]:

"если пытаться описывать корреляции измерений спинов двух частиц классически и в соответствии с принципом локальности, то оказывается невозможным достичь такого характера и уровня коррелированности, который соответствует предсказаниям квантовой механики. Более того, этот уровень коррелированности может быть количественно сформулирован и проверен экспериментально. Дадим точную формулировку...

Оказывается, что такая корреляция не может быть смоделирована никакой классической моделью составной системы, удовлетворяющей принципу локальности. Это вытекает из следующего неравенства Белла–Клаузера–Хорна–Шимони. Пусть X_j, Y_k, $j,k = 1,2$ — случайные величины на произвольном вероятностном пространстве Ω, такие что $|X_j| \leq 1$, $|Y_k| \leq 1$. Тогда для любого распределения вероятностей на Ω корреляции этих величин удовлетворяют неравенству

$$|EX_1Y_1 + EX_1Y_2 + EX_2Y_1 - EX_2Y_2| \leq 2, \qquad (2.7)$$

где E — соответствующее математическое ожидание.

Доказательство получается усреднением элементарного неравенства

$$-2 \leq X_1Y_1 + X_1Y_2 + X_2Y_1 - X_2Y_2 \leq 2.$$

Принцип локальности, или, лучше сказать, разделимости в данной модели заключается в том, что физическая наблюдаемая для первой системы описывается одной и той же случайной величиной (X_1 в случае первых двух корреляций, X_2 в другом случае) независимо от того, какая величина — Y_1 или Y_2 измеряется во второй системе. Это условие кажется настолько естественным, что оно даже трудно уловимо. Однако именно оно запрещает мгновенное влияние измерения, проводящегося в одной системе, на измерения в другой системе. Если от него отказаться, то интересующие нас четыре физические корреляции могут быть любыми величинами из отрезка [-1,1]".

Очевидно, что полученное неравенство справедливо. Никакие значения независимых случайных величин не позволят получить значения выражения, превышающего 2. Но, как утверждается, квантовые частицы в запутанном состоянии, тем не менее, нарушают это неравенство. Каким образом – пока неясно. Рассмотрим механизм этого нарушения в работах Алена Аспекта [4].

Для теорий со скрытыми переменными Аспект приводит такую форму функции корреляции:

$$\mathrm{E}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda\, p(\lambda) A(\lambda, \boldsymbol{a}) B(\lambda, \boldsymbol{b}) \tag{12}$$

Отмечая, что есть много различных форм и демонстраций неравенств Белла, он предлагает рассмотреть выражение

$$\begin{aligned} s &= A(\lambda, \boldsymbol{a})\cdot B(\lambda, \boldsymbol{b}) - \mathrm{A}(\lambda, \mathbf{a}')\cdot \mathrm{B}(\lambda, \mathbf{b}) + \mathrm{A}(\lambda, \mathbf{a})\cdot \mathrm{B}(\lambda, \mathbf{b}') + \mathrm{A}(\lambda, \mathbf{a}')\cdot \mathrm{B}(\lambda, \mathbf{b}') \\ &= \mathrm{A}(\lambda, \mathbf{a})[\mathrm{B}(\lambda, \mathbf{b}) - \mathrm{B}(\lambda, \mathbf{b}')] + \mathrm{A}(\lambda, \mathbf{a}')[\mathrm{B}(\lambda, \mathbf{b}) - \mathrm{B}(\lambda, \mathbf{b}')] \end{aligned} \tag{17}$$

Помня, что эти четыре величины A и B принимают только значение ±1, простой осмотр второй строки (17) показывает, что

$$s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = \pm 2. \tag{18}$$

Среднее значение s по λ поэтому заключено между + 2 и – 2

$$2 \le \int d\lambda\, p(\lambda)\cdot s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \le 2. \tag{19}$$

Согласно (12), мы можем переписать эти неравенства

$$- 2 \le S(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \le 2. \tag{20}$$

где

$$S(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}') \tag{21}$$

Это и есть, упоминавшиеся нами неоднократно BCHSH - неравенства, то есть неравенства Белла, выведенные Клаузером, Хорном, Шимони и Хольтом. Легко заметить их сходство с формой, приведённой Холево, что в общем-то очевидно. В экспериментах Аспекта они относятся к комбинации S из четырех коэффициентов корреляции поляризации, привязанным к двум направлениям анализа для каждого поляризатора (a и a' для поляризатора I, b и b' для поляризатора II). Аспект отмечает их общность: они применимы к любой теории с дополнительными параметрами в самой общей формы.

Далее Аспект приводит ещё одну форму неравенств Белла. Обращаем на это особое внимание: это неравенства, созданные не для теорий с дополнительными параметрами, а для квантовой механики. То есть существуют два класса неравенств Белла: для локальных теорий, приведённые выше, и для квантовой механики, которые мы сейчас получим. Для получения квантово-механических "неравенств Белла" Аспект использует такой же приём. Рассмотрим квантово механическое значение S

$$S_{QM}(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a}', \mathbf{b}') = \cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - \cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + \cos(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + \cos(\mathbf{a}', \mathbf{b}') \tag{23}$$

Это - функция трех независимых переменных (**a**, **b**), (**b**, **a'**) и (**a'**, **b'**). Заметим, что

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}') = (\mathbf{a}, \mathbf{b}) + (\mathbf{b}, \mathbf{a}') + (\mathbf{a}', \mathbf{b}')$$

Найдём экстремум значения S_{QM}, приравняв нулю три частные производные

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = (\mathbf{b}, \mathbf{a}') = (\mathbf{a}', \mathbf{b}') = \theta \tag{24}$$

и

$$\sin\theta = \sin 3\theta \tag{25}$$

Абсолютные максимумы и минимумы S_{QM} равны

$$S_{QM} = 2\sqrt{2} \text{ для } \theta = \pm \pi/8 \tag{26}$$

$$S_{QM} = -2\sqrt{2} \text{ для } \theta = \pm 3\pi/8 \tag{27}$$

Эти значения являются решением уравнения (25).

Итак, мы видим, что для квантовой механики значения модуля в неравенствах Белла несколько выше, чем для локальных теорий. Собственно говоря, в этом и заключается механизм "работы" неравенств Белла, сущность их нарушения. Эти неравенства, составленные для локальных теорий, не могут принимать значений, обеспечиваемых неравенствами, составленными для квантовой механики:

$$S_{QM} = 2\sqrt{2} \tag{22}$$

Как видим, это квантово-механическое предсказание определенно находится в противоречии с неравенствами Белла (20) которые имеет силу для любой теории с дополнительными параметрами. Другими словами, нарушаются не собственно неравенства Белла как таковые (не существует способа получить значение модуля, превышающее 2), а имеется два класса этих неравенств: локальные и квантово-механические. Они, понятное дело, имеют разные "планки", выше которых не поднимаются значения выражений S. Видимо, разумнее говорить о нарушении неравенств в другом смысле. Значение S для локальных теорий не превышает 2, а для квантовой механики – превышает.

Все последующие эксперименты, направленные на проверку неравенств Белла, в сущности, преследовали одну цель: показать, что в реальных экспериментах неравенства Белла имеют верхнюю границу, соответствующую выражению (22). Другими словами, неравенства Белла (для локальных теорий) не нарушаются, а просто не соответствуют реальному положению вещей, а сущность теоремы Белла состоит, в таком случае, в том, что невозможно найти (построить) теорию с дополнительными параметрами, которая была бы способна обеспечить такой же уровень корреляции для всех случаев, что и квантовая теория.

Добавим, что на основании своих выкладок Аспект делает два примечательных вывода. Он отмечает две гипотезы, которые с неизбежностью приводят к конфликту с квантовой механикой:

• корреляции на расстоянии могут быть поняты на основе введения дополнительных параметров для разделенных частиц, в духе идеи Эйнштейна о том, что различным частицам отвечает разные физические сущности.

• величины $A(\lambda, \mathbf{a})$, $B(\lambda, \mathbf{b})$ и $\rho(\lambda)$ отвечают *условию локальности, т.е.* они *не зависят* от ориентаций удаленных поляризаторов.

Вторая гипотеза Аспекта представляет особый интерес. Конфликт с квантовой механикой (и, соответственно, с результатами множества экспериментов) возникает, если *события* в удалённых системах не зависят друг от друга. Именно *события*, поскольку вероятности измерений на удалённых поляризаторах однозначно определяются этими величинами. Это очевидное следствие утверждения (гипотезы) Аспекта: если бы вероятности на измерителях зависели от ориентаций удалённых от них поляризаторов, то конфликта с квантовой механикой не было бы. Другими словами, вероятность измерения одной квантовой частицы *зависит* от измерения другой, удалённой частицы.

Немного о зависимых и независимых событиях

Являются ли квантовые события независимыми? Очевидно, что первое из измерений запутанных частиц можно с полным правом назвать независимым. Нет никаких указаний на то, что значение вероятности равное 1/2 может быть изменено каким-либо способом. Ничто не может повлиять на исход первого измерения: вероятность получения некоторого результата строго равна 1/2. При любом измерении эта величина остаётся неизменной, то есть на неё в принципе не оказывается никакого влияния. Либо это такое "влияние", которое никак не изменяет результат. Но этого нельзя сказать о втором измерении. Его результат *неопровержимо* зависит от результата первого измерения. Вероятность наступления некоторого результата во втором измерении однозначно определяется тем, какую поляризацию получит фотон в первом измерении. Есть некоторые установки (настройки) поляризаторов, при которых эта вероятность превращается в свою предельную форму – достоверность. То есть с достоверностью (вероятностью, равной единице) будет наблюдаться заранее назначенный результат. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим некоторые базовые положения классической теории вероятности.

Выше в данной статье мы привели высказывание Холево:

"Это условие ... запрещает мгновенное *влияние* измерения, проводящегося в одной системе, на измерения в другой системе" [51].

Мы специально выделяем слово "влияние", поскольку именно оно является ключевым, именно в нём, во влиянии заключено противоречие между нелокальностью и локальным реализмом. Давно известно, что квантовая механика предложила собственную, квантовую логику и собственную, квантовую теорию вероятностей. Поскольку собственно квантовой теории вероятности как таковой, видимо, нет, в роли такой теории выступает сама квантовая механика.

Одним из знаменитых правил этой теории является следующее:

"Сложение волновых функций (амплитуд вероятностей), а не вероятностей (определяемых квадратами модулей волновых функций) принципиально отличает квантовую теорию от классической статистической теории, в которой для независимых событий справедлива *теорема сложения вероятностей*" [28, с.8]. Этот довод при объяснении ЭПР-парадокса можно услышать довольно часто. Отрицая зависимость событий, которая неявно требует обмена сигналами, утверждается, что просто вероятности вычисляются по другим, квантовым правилам. Чтобы увидеть сходство или различие классического и квантового подходов к сложению вероятностей рассмотрим суть классической теоремы (правила) сложения вероятностей:

"Вероятность наступления в некоторой операции какого-либо одного (безразлично какого именно) из результатов A_1, A_2, ..., A_n равна сумме вероятностей этих результатов, если каждые два из них несовместимы между собой" [19].

Теорема сложения может быть представлена и в таком виде:

"Если события A_1, A_2, ..., A_r таковы, что каждые два из них несовместны, то вероятность их объединения равна сумме их вероятностей" [44].

Здесь под объединением событий понимается следующее. Событие B называется объединением (суммой) событий A_1, A_2, ..., A_r,-, если оно имеет вид: "наступает или A_1, или A_2, ..., или A_r".

"Суммой или объединением нескольких событий A_1, A_2, ..., A_n называется событие C, состоящее в том, что произошло хотя бы одно из событий A_1, A_2, ..., A_n:

$$C = A_1 + A_2 + . . . + A_n". \quad [23, с.35]$$

Под совмещением событий A_1, A_2, ..., A_r понимается событие C, если оно имеет вид: "наступает и A_1, и A_2, ..., и A_r".

Иногда совмещение называют также произведением или пересечением событий. В частности, для двух событий: "Произведением или пересечением событий A и B назовем событие, обозначаемое $A \cap B$ или AB, которое происходит тогда и только тогда, когда происходят события A и B вместе" [43, с.3].

Напротив, несовместными событиями считаются события A и B, если их одновременное осуществление невозможно, то есть если не существует среди исходов испытания ни одного благоприятствующего и A и B. Как видим, теорема сложения вероятностей вплотную соприкасается с понятием зависимых событий, которые имеют очевидное отношение к отмеченному выше "мгновенному влиянию разделённых измерений" в выкладках Холево. Поскольку мы пытаемся показать, что квантовые события в ЭПР-парадоксе являются зависимыми, нам необходимо рассмотреть сущность зависимости случайных событий. Приведём классическое определение независимых событий, данное Колмогоровым [24, с.19]:

"Пусть даны n испытаний $\aleph^{(1)},\ \aleph^{(2)},\ \aleph^{(3)},\ \ldots, \aleph^{(n)}$ т.е. n разложений (i = 1, 2, …, n)

$$\Omega = A_1^{(i)} + A_2^{(i)} + \ldots + A_{r_i}^{(i)}$$

основного множества Ω на сумму (непересекающихся) событий. Тогда можно задать $r = r_1 r_2 \ldots r_n$ вероятностей

$$p_{k_1 k_2 \ldots k_n} = \mathbf{P}(A_{k_1}^{(1)} A_{k_2}^{(2)} \ldots A_{k_n}^{(n)}) \geq 0$$

вообще произвольно при единственном условии

$$\sum_{(k_1, k_1, \ldots, k_1,)} p_{k_1 k_2 \ldots k_n} = 1.$$

О п р е д е л е н и е 1. Испытания $\aleph^{(1)},\ \aleph^{(2)},\ \aleph^{(3)},\ \ldots, \aleph^{(n)}$ будем называть *независимыми*, если для любых k_1, k_2 ... k_n имеет место равенство

$$p_{k_1 k_2 \ldots k_n} = \mathbf{P}(A_{k_1}^{(1)} A_{k_2}^{(2)} \ldots A_{k_n}^{(n)}) = \mathbf{P}(A_{k_1}^{(1)})\mathbf{P}(A_{k_2}^{(2)}) \ldots \mathbf{P}(A_{k_n}^{(n)})."$$

Похожие определения встречаются у современных авторов. Например:

"Если равенство

$$q(x) = \prod q_j(x_j) \qquad (*)$$

верно для всех $x = (x_j)$ ˆ X, то q называют *произведением* q_j и пишут $q = \Pi q_j$. Если $q = \Pi q_j$, то говорят, что случайные переменные f_j *(стохастически) независимы*, а если $q \neq \Pi q_j$ – что *(стохастически) зависимы*". [41, с.37]

Очевидно, что условие независимости событий следует из так называемой теоремы умножения вероятностей: вероятность совместного наступления зависимых событий равна произведению их вероятностей. Аналогичная формулировка есть и у других авторов. Например, Садбери приводит такую [42]:

"Пусть E и F – два *независимых* эксперимента, т.е. нет причинного влияния одного из них на другой и нет общего причинного влияния на оба этих эксперимента. Тогда, если $\alpha_1, \ldots, \alpha_m$ - возможные результаты эксперимента E (с начальным состоянием ψ) будет α_1 , а $\beta_1, \ldots, \beta_n$ - результаты эксперимента F (с начальным состоянием φ), будет β_1 , равна

$$p_{E \oplus F}\left(\alpha_i \text{ и } \beta_j \mid \phi \text{ и } \varphi\right) = p_E(\alpha_i \mid \phi) p_F\left(\beta_j \mid \varphi\right)\text{"}.$$

В более простом виде теорема умножения (совмещения) вероятностей может быть сформулирована следующим образом [44]:

"Вероятность совмещения событий A_1, A_2, ..., A_r равна вероятности события A_1, умноженной на вероятность события A_2, взятую при условии, что A_1 наступило, ..., умноженной на вероятность события A_r при условии, что A_1, A2, ..., A_{r-1} наступили. Для независимых событий теорема умножения приводит к формуле:

$$P(A_1 \text{ и } A_2 \text{ и } \ldots \text{ и } A_r) = P(A_1) \cdot P(A_2) \ldots \cdot P(A_r)\text{"}$$

Формулировку теоремы умножения вероятностей (которая позволяет вычислить вероятность совмещения событий) для двух событий находим и у Феллера [48, с.122]:

$$P\{AH\} = P\{A|H\} \cdot P\{H\}.$$

Далее в своей работе Феллер рассматривает ряд примеров с зависимыми и условными вероятностями и делает затем следующее уточнение [48, с.131]:

"В приведенных выше примерах условная вероятность P{A|H}, вообще говоря, не была равна безусловной вероятности P{A}. Говоря грубо, знание того, что произошло событие H, изменяло нашу оценку шансов появления события A. Только в том случае, когда P{A|H} = P{A}, это знание не оказывает никакого влияния на оценку шансов появления события A. Мы будем говорить, что в этом случае событие А не зависит от события Н". Обратим на это внимание: *знание об одном событии изменяет оценку шансов другого события*, что трактуется Феллером как зависимость событий.

"Далее, из формулы (1.5) следует, что условие P{A|H} = P{A} можно записать в этом случае в форме

$$P\{AH\} = P\{A\}\cdot P\{H\}.$$

Это равенство симметрично относительно А и Н и показывает, что если А не зависит от Н, то и Н не зависит от А" [48].

На этом основании Феллер в отношении независимых событий приводит такое, как он его назвал, симметричное определение [48]:

"Если А не зависит от Н, то и Н не зависит от А. Поэтому мы предпочтем дать следующее симметричное

Определение 1. *Два события А и Н называются независимыми, если они удовлетворяют соотношению*:

$$P\{AH\} = P\{A\}\cdot P\{H\}.$$

Это определение применимо и в случае P{H} = 0, когда условная вероятность P{A|H} не определена".

Для наглядности следом он приводит такой пример [48]:

"Из колоды игральных карты вытаскивают наугад одну карту. Из соображений симметрии мы склонны ожидать, что события "трефа" и "туз" независимы. Действительно, их вероятности равны 1/4 и 1/13, а вероятность их одновременного осуществления равна 1/52".

Заметим, что справедлива и *обратная теорема* [27]:

Если для событий А и В выполняется равенство P(AB)=P(A)P(B), то эти события независимы.

Точно такое же определение независимости для двух событий находим у Черновой [52, с.34]:

Определение 19. *События А и В называются независимыми, если*

$$P(A\cap B) = P(A)P(B).$$

Отметим, что правило умножения вероятностей может иметь и ещё одну, несколько отличную от приведённых формулировку:

"Правило умножения. Вероятность совместного наступления двух событий равна произведению вероятности первого события на условную вероятность второго, вычисленную в предположении, что *первое событие состоялось*" [19, с.29].

И далее приводится уже знакомая нам особенность вероятностей независимых событий:

"Вероятность совместного наступления любого числа взаимно независимых событий равна произведению вероятностей этих событий" [19, с.32].

Для справки напомним определение достоверного события [15, с.5]:

"Достоверным называется событие U, которое в результате опыта непременно должно произойти.

$$P(U) = 1."$$

И вновь о событиях зависимых и независимых. Вентцель даёт определение независимых событий через условную вероятность одного события от другого [15, с.21]:

"Условной вероятностью события А при наличии В называется вероятность события А, вычисленная при условии, что событие В произошло. Эта вероятность обозначается P(A|B). События А и В называются независимыми, если *появление одного из них не меняет вероятности появления другого*. Для независимых событий

$$P(A|B) = P(A);\ P(B|A) = P(B)."$$

Теорема умножения вероятностей

"Вероятность произведения двух событий равна вероятности одного из них, умноженной на условную вероятность другого при наличии первого:

$$P(AB) = P(A)\ P(B|A)$$

или

$$P(AB) = P(B)\ P(A|B).$$

Для независимых событий A и B

$$P(AB) = P(A)\ P(B)."$$

Итак, теорема об умножении и обратная к ней теорема утверждают, что зависимыми событиями являются два события, для которых выполняется равенство:

$$P(AB) = P(A)\ P(B).$$

Теорема (правило) сложения вероятностей классической статистической теории, как отмечено, касается событий независимых. В противовес этому квантовое правило предлагает сложение амплитуд вероятностей. При этом утверждается, что события, амплитуды вероятностей которых складываются, являются независимыми и нелокальными. Однако выражения (уравнения) и результаты этих вычислений демонстрируют подобие зависимости между событиями. Анализ описаний множества экспериментов наводит на мысль, что описания содержат даже не завуалированную, а явно видимую зависимость событий. Поэтому квантовое правило сложения амплитуд вероятностей фактически является своеобразной попыткой скрыть эти зависимости.

Анализ квантово-механических аргументов

В работе [4, 40] Аспект делает следующее заключение:

"квантово-механические вычисления показывают, что хотя каждое индивидуальное измерение дает случайные результаты, эти случайные результаты коррелированны, как показывает уравнение (6). Для параллельной (или перпендикулярной) ориентации поляризаторов корреляция полная ($|E_{QM}|= 1$)".

Под термином "корреляция" скрывается обычное понятие: взаимозависимы. То есть каждый из результатов измерения случаен, а друг с другом они строго взаимосвязаны. Проведём аналогию с подбрасыванием монеты. Производим многократные подбрасывания монет и регистрируем два события: верхнюю сторону монеты и нижнюю сторону монеты. Очевидно, что каждое измерение даёт случайный результат: сверху с вероятностью 1/2 оказывается либо орёл, либо решка. Снизу с вероятностью 1/2 оказывается либо решка, либо орёл. Но оба измерения строго коррелированны, причём корреляция полная. Если следовать квантовая логике, то нам следовало бы считать, что эти два события независимы. Нетрудно заметить, что в этом случае неравенства Белла будут нарушены для любой теории со скрытыми переменными. Напомним, что речь идёт о двух сторонах одной и той же монеты [35], а теории со скрытыми параметрами должны, в сущности, отражать тот факт, что две стороны монеты жестко связаны друг с другом.

Рассмотрим теперь весьма показательные выводы, полученные Аспектом на примере оптического варианта мысленного эксперимента ЭПР в версии Бома в статье [4, 40]:

"немедленно после первого измерения фотон ν_1 получает поляризацию $|\mathbf{a}>$: это очевидно, потому что это было измерено поляризатором, ориентированным по **a**, и был получен + результат. Более удивительно, отдаленный фотон ν_2, который еще не взаимодействовал ни с каким поляризатором, также спроектировался в состояние $|\mathbf{a}>$ с определенной поляризацией, параллельной той, которая найдена для фотона ν_1".

Формулировки исключают любые двусмысленности: измерение первого фотона приводит к проектированию второго фотона в определённое состояние. Это ни что иное, как зависимость одного измерение от другого. Подчеркнём, что измерение первого фотона произошло в одной точке пространства, а второй фотон спроектировался в определённое состояние в другой точке пространства. То есть действия, выполненные над первым фотоном, привели к изменению во втором фотоне, находящемся на удалении от первого.

Квантовая механика предлагает называть это нелокальностью, поскольку не может признать наличие сигнала, с помощью которого действия над первым фотонам были переданы на второй фотон. Однако факт влияния на второй фотон удалённого от него измерения отмечается отчётливо [4, 40]:

i. Фотон v_1, который не имел явно определенной поляризации перед ее измерением, получает поляризацию, связанную с полученным результатом, во время его измерения: это не удивительно.

ii. Когда измерение на v_1 сделано, фотон v_2, который не имел определенной поляризация перед этим измерением, проектируется в состояние поляризации, параллельное результату измерения на v_1. Это очень удивительно, потому что это изменение в описание v_2 происходит мгновенно, безотносительно расстояния между v_1 и v_2 в момент первого измерения.

Отметим и мы это ещё раз, акцентируя внимание на самом главном, зависимости состояния второго фотона от измерения, произведённого над первым: *когда измерение* v_1 *сделано, фотон* v_2 *проектируется*. Для классической теории вероятности и формальной логики – это рядовое явление. Происходит одно событие, затем происходит второе. Если не произошло первое, то не происходит второе. Первое – причина, второе – следствие. Но для квантовой механики это недопустимо [4, 40]:

"Эта картина находится в противоречии с относительностью. Согласно Эйнштейну, событие в данной области пространства-времени не может находиться под влиянием события, произошедшего в пространстве-времени, которое отделено пространственно-подобным интервалом. Неразумно пытаться найти более приемлемые картины, чтобы "понять" ЭПР-корреляции".

Странно видеть в качестве довода утверждение: "неразумно пытаться". Разумнее безосновательно, бездоказательно ввести фактически абсурдное понятие, не противоречащее теории относительности, но противоречащее логике и теории вероятности: нелокальность. Это можно понять: квантовая механика стремится сохранить справедливость специальной теории относительности. Но удалось ли это ей?

Описывая удивительные свойства коррелированных фотонов, Аспект отмечает [4, 40]:

"Это удивительное заключение, однако, ведет к правильному заключительному результату (3), начиная с прямого применения закона Малуса, что последующее измерение, выполненное по **b** на фотоне v_2 будет вести к

$$P_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \frac{1}{2}\cos^2(\mathbf{a},\mathbf{b})\text{"}.$$

Присмотримся и мы к этому закону. В изложении Аспекта мы видим некоторый логический интервал, провал, обрыв линии рассуждений. В начале фрагмента отчётливо и недвусмысленно отмечено *первое событие*: измерение поляризации фотона v_2. Мы вправе задаться вопросом, а что на самом деле является *вторым событием*? Рассмотрим выражение (4) в статье Аспекта [4, 40]:

$$P_{++}(\mathbf{a},\mathbf{a}) = P_{--}(\mathbf{a},\mathbf{a}) = \frac{1}{2}$$

$$P_{+-}(\mathbf{a},\mathbf{a}) = P_{-+}(\mathbf{a},\mathbf{a}) = 0$$

Нас интересует в первую очередь система обозначений, принятая в статье. А именно, что обозначает выражение $P_{++}(\mathbf{a},\mathbf{a})$? Из текста статьи следует, что это вероятность совместного обнаружения фотонов в ++ каналах поляризаторов, когда **a=b**. В законе Малуса эти направления не равны, поэтому величина $P_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ обозначает вероятность обнаружить фотоны в ++ каналах поляризаторов в направлениях **a** и **b**. Следовательно, события, которые описывает закон Малуса – это два события: обнаружение первого фотона v_1 поляризатором I в направлении **a** в канале +, и обнаружение второго фотона v_2 в поляризаторе II в направлении **b** в канале +. То есть мы утверждаем, что вторым событием является событие, аналогичное первому, - измерение поляризации фотона v_2, поскольку суть измерений в данном эксперименте заключается в определении поляризации каждого из двух фотонов. При этом основным, главным результатом мы по-прежнему считаем вероятность наступления совместного события $P_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b})$. Нам предлагают, что все эти сведения заключены в выражении закона Малуса. Но это не верно, это является очень хорошо закамуфлированной подменой понятий, поскольку $P_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ – это не вероятность наступления второго события. Это вероятность совместного наступления двух событий: регистрации обоих фотонов в каналах ++.

Выше в выражении (2) статьи [4] было показано, что существуют "одиночные вероятности" индивидуальных измерений на фотонах v_1 и v_2:

$$P_{+}(\mathbf{a}) = P_{-}(\mathbf{a}) = \frac{1}{2}$$

$$P_{+}(\mathbf{b}) = P_{-}(\mathbf{b}) = \frac{1}{2}$$

Это два самостоятельных, индивидуальных измерения, каждое из которых имеет свою собственную, самостоятельную, индивидуальную вероятность. И нас интересует совместная вероятность наступления этих двух индивидуальных событий. Как было показано выше, эта вероятность вычисляется по-разному, что определяется тем, зависимые эти два события или независимые. Рассмотрим ещё раз уравнение закона Малуса. Слева, как мы утверждаем, записана вероятность совместного наступления двух событий – измерений над двумя фотонами. Справа, утверждаем мы, – произведение двух вероятностей: 1/2 и $\cos^2(\mathbf{a},\mathbf{b})$. На каком основании мы трактуем эти величины как вероятности? К этом имеется две причины. Первая: результирующая вероятность является произведением, поэтому оба сомножителя мы имеем полное право рассматривать как вероятность некоторого события. Вторая: каждый из сомножителей имеет полное сходство с вероятностью хорошо известных квантовых событий. А именно. В полном соответствии с выражением (2) статьи Аспекта мы рассматриваем величину 1/2 как вероятность индивидуального измерения над первым фотоном. И по такой же причине второй сомножитель трактуется как вероятность наступления второго из двух событий: $\cos^2(\mathbf{a},\mathbf{b})$, только под углом $(\mathbf{a},\mathbf{b})$ подразумевается угол между поляризацией второго фотона и направлением ближайшего к нему поляризатора. Из квантовой механики известно: вероятность того, что фотон пройдет через поляризатор, определяется уравнением:

$$P(u) = \cos^2(\theta) \tag{9}$$

где:

θ –угол между поляризацией фотона и поляризатора.

Мы считаем это сходство не простой случайностью, совпадением, а закономерным отражением условий эксперимента.

Итак, мы приходим к уверенности, что вероятность совместного наступления двух описанных событий $P_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ равна произведению вероятности наступления каждого из событий. Это выражение отражает известный, отмеченный выше стандартный факт из теории вероятности о совместном наступлении двух *независимых событий.* В нашем случае это означает ни что иное, как *априорное признание* этих двух событий независимыми. Казалось бы, это полностью соответствует квантово-механическим представлениям о нелокальности: выражение трактуется именно так, как этого и требует квантовая теория.

Но именно здесь и скрыта "главная тайна" нелокальности. Дело в том, второе из двух событий – это совсем не то событие, которое должно быть рассмотрено, проанализировано в этом эксперименте. Это либо подмена понятий, либо ошибка. Ведь на самом деле вероятность регистрации второго фотона описывается выражением (2), а не выражением (9). То есть, выражение (8) должно иметь совершенно иной вид:

$$P_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \tag{10}$$

Именно это выражение, а не выражение закона Малуса отражает реальный факт вероятности наступления двух действительно независимых событий: регистрации каждого из фотонов (необходимо заметить, что существует выражение, более приближенное к условиям запутанности [38], но использование данного выражения вполне допустимо). И именно это выражение является по существу основой для вывода неравенств Белла для теорий с дополнительными параметрами.

Очевидно, что выражение (10) в эксперименте нарушается, а правильные результаты даёт использование выражения (8). Из этого с неизбежностью следует одно из двух утверждений: либо два события являются *зависимыми* либо правило умножения вероятностей стандартной теории вероятности (колмогоровской) ошибочно. Да, известно о существовании так называемой неклассической квантовой теории вероятности. Но, похоже, эта неклассичность состоит в простом отрицании положения теории вероятности, "подгонке" квантово-механического решения под экспериментальный ответ. Действительно, явление запутанности легко объяснимо с точки зрения классической теории вероятности. Выражение (8) с очевидностью отражает тот факт, что два измерения над фотонами являются *зависимыми*. В этом случае второе из событий, "правильное", действительно независимое подменятся на другое событие, которое по отношению к первому измерению является независимым лишь косвенно, при соблюдении некоторых условий (соблюдение лоренц-инвариантности). Каким бы ни было первое измерение, над первым фотоном, результат второго, подменённого измерения является по отношению к нему *независимым* ***только после перехода второго фотона в определённое состояние поляризации***. Только после того, как второй фотон спроецировался в состояние с определённой поляризацией, два новых совместных события измерений становятся независимыми. Но сам по себе переход второго фотона в состояние с определённой поляризацией однозначно зависит от первого измерения, то есть является событием достоверным.

Попробуем теперь ответить на вопрос, сформулированный выше: введением понятия нелокальность квантовая механика стремится сохранить справедливость специальной теории относительности. Удалось ли ей это?

Квантовая механика против СТО

Хотя корреляция квантовых частиц и имеет все видимые признаки зависимости состояний друг от друга, но никакого сигнала, создающего эту зависимость зарегистрировано не было. Считается, что невозможно использовать мгновенность коллапса для осуществления сверхсветовой передачи сигнала. Например, хорошо ныне известное явление квантовой телепортации возможно лишь при наличии классического, досветового канала связи. Вместе с тем всё-таки существует одна принципиальная возможность использования сверхсветовой скорости коллапса волновой функции для проверки релятивистского замедления времени [30]. Это довольно удивительное следствие явно обнаруженной зависимости между событиями в ЭПР-парадоксе. Предположим, что измерители состояния частиц установлены в двух ИСО. Нет видимых технических препятствий к тому, чтобы в них находились по одной из множества пар запутанных частиц (например, электроны). Нет принципиальных ограничений к тому, чтобы эти электроны сохраняли свою связь достаточно длительное время, макроскопическое время, что позволило бы провести эксперимент самым наглядным способом. Спроектируем эксперимент таким образом, что измерения производятся одновременно с точки зрения третьей, симметричной ИСО. Для этой ИСО электроны "входят" в измерители практически одновременно, поскольку длина одного измерителя выбрана чуть больше другого. Это необходимо для того, чтобы задать определённость в последовательности измерения частиц: какая из них вызывает коллапс волновой функции, а какая перед измерением уже получила собственное состояние. Такая схема позволяет утверждать, что обе квантовые частицы получили свои состояния с точки зрения третьей ИСО непосредственно в измерителях. То есть место, где каждая из частиц получила собственное состояние, известно. Понятно, что нет и не может быть никакой другой ИСО, с точки зрения которой частица получила собственное состояние в другом месте, вне измерителя.

Произведём измерение последовательности частиц с одинаковым интервалом с точки зрения нашей третьей, симметричной ИСО. С её точки зрения обе ИСО получат строго коррелированные результаты, последовательность которых обозначим нулями и единицами. Это означает, что собственно измерительный прибор, регистрируя состояние квантовой частицы, должен на выходе давать явно различимый макроскопический сигнал: отклонение стрелки прибора, вспыхивание лампочки или электрический импульс в регистраторе. Последовательности в соответствии с положениями квантовой механики, как отмечено, будут строго коррелированными (при определённой настройке – тождественными). Как указано выше, интервал между измерениями с точки зрения третьей ИСО один и тот же в каждой из подвижных. Допустим, что он равен 1 секунде с точки зрения ИСО А. Очевидно, что вследствие симметрии с точки зрения ИСО В этот интервал также равен 1 секунде.

Парадокс состоит в том, что с точки зрения ИСО А интервалы между импульсами в ИСО В тоже равны 1 секунде, то есть никакого замедления времени в движущейся ИСО нет. Это следует из того, что наблюдателю А точно известно: удалённая квантовая частица получила своё состояние строго в измерителе В и при этом *мгновенно одновременно* с измерителем А. Это означает полное совпадение последовательностей и интервалов макроскопических сигналов регистраторов, то есть отсутствие замедления времени.

Поскольку нет также технических препятствий для традиционной проверки синхронности хода часов в ИСО А и В, возникает абсурд: два взаимоисключающих результата в одном и том же эксперименте. Мгновенность коллапса волновой функции требует признания синхронности хода часов, а эффекты Лоренца – признания их взаимного отставания (для каждой из ИСО). Разрешение его возможно только при отказе от одного из положений: квантово-механической мгновенности коллапса или релятивистского замедления времени.

Кроме того, симметричность последовательностей (или даже их тождество) сигналов измерителей в обеих подвижных ИСО позволяет мгновенно синхронизировать их часы. Для этого должны быть обговорены, например, определённые "сигнатуры" (последовательности) сигналов, по которым часы должны быть сброшены в нулевые показания. Можно использовать также и простой отсчёт числа импульсов (считая, что ни одна квантовая пара не потеряна). Поскольку волновая функция коллапсирует мгновенно на всём пространстве, то и сигнатуры и количества импульсов будут получены в каждой ИСО также мгновенно-синхронно. Как видим, квантовая механика противоречит специальной теории относительности, позволяя производить синхронизацию часов вопреки ей. С другой стороны, квантовая нелокальность имеет все видимые атрибуты передачи сигнала: поскольку два удалённых объекта ведут себя *ощутимо* (экспериментально определимо) взаимозависимо.

Итак, Белл показал, что отсутствие зависимости (физической) между величинами, то есть их чистая (математическая) статистическая независимость, не могут объяснить квантово-механическую корреляцию. Но он отрицал также и наличие такой зависимости, поскольку этого не допускает СТО.

Эйнштейн тоже отрицал зависимость между частицами на основании запрета теории относительности. Но и дальнодействия он тоже не допускал. Обвинив квантовую механику (волновую функцию) в неполноте, он, тем не менее, не предложил никакого другого объяснения этому явлению.

Вследствие этой неполноты, незавершённости единственное "объяснение" - нелокальность приобретает все черты абсурда: утверждается, что между объектами нет взаимодействия, но признаётся, что ведут они себя совсем не таким образом, будто этого взаимодействия нет. Квантовая механика заменила классическую логику на логику квантовую, заменила классическую теорию вероятности на квантовую, заменив классический закон сложения вероятностей взаимоисключающих друг друга (с классической точки зрения) событий (например, в двухщелевом эксперименте) на суммирование амплитуд вероятностей, заменила классические представления о зависимых событий (запутанные частицы) на квантовую нелокальность. Подобные замены традиционно приводят к появлению сомнений в познаваемости мира [45]:

"Все это рождает философскую проблему *принципиальной непознаваемости мира с помощью точных методов*. Научный метод, до сих пор строящийся в основном на принципах редукционизма, хорошо вскрывает детали и механику явлений, порождая успех практического применения полученных результатов, например, в технике. Однако сама причина, суть, природа этой механики, остается за пределами рассмотрения. Поэтому ***современная физика, превратилась, по сути дела, в продолжение математики, совершенно утратив все надежды на понимание природы изучаемых явлений***. Мы знаем, какими уравнениями описывается явление, но не понимаем, что оно из себя представляет. Красота уравнений полностью вытеснила из физики все попытки понять их суть".

Вместе с тем существует куда более простое и более разумное, чем нелокальность, объяснение: это наличие сверхсветовой передачи так называемой квантовой информации, то есть информации не вещественного, не полевого рода. Возможность передачи такой информация допускается материально-эфирной трактовкой реальности [34, 36].

Было бы несправедливо в заключение не привести доводы несогласных с подобным подходом к понятию нелокальности квантовой механики, "неравенствам Белла" и материи [17]:

"Вроде бы, можно успокоиться и жить. Жить долго и счастливо. Так и было в течение многих лет после проведения проверочных экспериментов. Так было до того самого момента, пока какому-то "умнику" не пришло в голову сделать чудовищный по своей нелепости вывод - "удаленные друг от друга квантовые частицы обмениваются информацией, причем эта информация передается со скоростью, большей скорости света в пустоте"....

Я не знаю и не хочу знать, кто первым сказал эту глупость, но она пошла гулять по свету. Люди находят соответствующие "научные" и "популярные" тексты в интернете. Балдеют от восторга, а некоторые даже приходят в мой самиздатовский раздел, поделиться новостями. От них я и узнал об этом великом научном открытии - телепатии в квантовом мире. Я довольно долго терпел, а потом не выдержал и написал этот текст".

Литература

1. Aspect A., Dalibard J., Roger G., Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analysers. – Phys. Rev. Lett. 49, 25, (1982), http://kh.bu.edu/qcl/pdf/aspect_a1982707d6d64.pdf
2. Aspect A., Grangier P., Roger G., "Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities", PRL, V.49, N.2, 1982
3. Aspect A. "Bell's theorem: the naive view of an experimentalist", 2001, (http://quantum3000.narod.ru/papers/edu/aspect_bell.zip):
4. Aspect: Ален Аспект, Теорема Белла: наивный взгляд экспериментатора, (Пер. с англ. Путенихина П.В.), Квантовая Магия, 4, 2135 (2007), http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL422007/p2135.html
5. Bell J.S., On the Einstein Podolsky Rosen paradox, Physics Vol.1, No.3, pp.198-200, 1964
6. Born Max, Quantenmechanik der Stossvorgange, Zs. Phys. 37, s. 863 (1926) (предварительное сообщение)
7. Born Max, Quantenmechanik der Stossvorgange, Zs. Phys. 38, s. 803-827 (1926).
8. Born Max, Атомная физика, \\Перевод с английского Завьялова О.И. и Павлова В.П. под редакцией Медведева Б.В., предисловие академика Боголюбова Н.Н., Издательство "МИР", Москва, 1965
9. Born Max, Квантовая механика процессов столкновений // УФН. 1977. Т. 122. С. 632, http://ufn.ru/ufn77/ufn77_8/Russian/r778g.pdf
10. Born Max, Размышления и воспоминания физика, Сборник статей, "Наука", Москва, 1977.
11. Torgerson J.R., Branning D., Monken C.H., Mandel L., "Violations of locality in polarization-corrlation measurements with phase shifters", PRA, V.51, N6, 1995.
12. Амплитуда вероятности \\Математическая клетка, http://www.mathcell.ru/show_topic.php?file=pr_ampl
13. Берклеевский курс физики. В пяти томах. Э.Вихман. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА IV том, http://e-science.ru/physics/e-book/berkli/
14. Вектор состояния \\Научная сеть, http://nature.web.ru/db/msg.html?mid=1179056&s=
15. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А., Теория вероятностей Задачи и упражнения, "Наука", - М., 1969.
16. Волновая функция. Большой Российский энциклопедический словарь, http://www.longsoft.ru/html/16/v/volnova8_funkci8.html
17. Гарик на Самиздате, Про теорему Белла и телепатию в квантовом мире, http://zhurnal.lib.ru/g/garik/bell_theorem.shtml
18. Гейзенберг В., Шредингер Э., Дирак П.А.М., современная квантовая механика. Три нобелевских доклада. Государственное технико-теоретическое издательство, пер. с рукописи Д.Иваненко, Ленинград, 1934, Москва
19. Гнеденко Б. В., Хинчин А. Я., Элементарное введение в теорию вероятностей. Главная редакция физико-математической литературы изд-ва "Наука", 1970.
20. Доронин С.И., "Не локальность квантовой механики", Форум Физики Магии, Сайт "Физика магии", Физика, http://physmag.h1.ru/forum/topic.php?forum=1&topic=29
21. Доронин С.И., сообщения на форумах Квантового портала, http://quantmag.ppole.ru/

22. Жиров О.В. Квантовая механика, Новосибирск, 2003, http://www.inp.nsk.su/~zhirov/qm.pdf
23. Калашников А.Д., Конспект лекций по курсу "Математика". На правах рукописи \\ Московская Академия образования Натальи Нестеровой, Москва - 2007 г., http://kalashnikov.fizteh.ru/mathematica
24. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей, (Серия: "Теория вероятностей и математическая статистика", М., 1974, http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/kolmogorov.djv
25. Красильников П.М., Основы квантовой механики. Курс лекций для биофизиков, http://erg.biophys.msu.ru/erg/wordpress/wp-content/uploads/2009/03/qm.pdf
26. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Краткий курс теоретической физики, том 2: Квантовая механика. М.: Наука, 1972, http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/LandauLifshic_t2_1972ru.djvu
27. Лекция 3: Теоремы сложения и умножения вероятностей, http://apollyon1986.narod.ru/docs/TViMS/NP/lekziitv/LEKZIYA3.HTM
28. Огурцов А.Н. Физика для студентов. Квантовая физика. Лекции по физике, 7, http://www.ilt.kharkov.ua/bvi/ogurtsov/lect7quant.pdf
29. Путенихин П.В., Главная загадка физики квантов, Самиздат, 2009, http://zhurnal.lib.ru/p/putenihin_p_w/gzfk.shtml
30. Путенихин П.В., Квантовая механика против СТО, Самиздат, 2007, http://zhurnal.lib.ru/editors/p/putenihin_p_w/kmvsto.shtml
http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL422007/p2130.html
http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/8918.html
31. Путенихин П.В., Когда неравенства Белла не нарушаются, SciTecLibrary, 2008, http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/9016.html
32. Путенихин П.В., Комментарии к выводам Белла в статье "Парадокс Эйнштейна, Подольского, Розена", Самиздат, 2008, http://zhurnal.lib.ru/editors/p/putenihin_p_w/bell.shtml
http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/8979.html
http://www.sciteclibrary.ru/texsts/rus/stat/st2213.pdf
33. Путенихин П.В., Локальный реализм Эйнштейна. – Самиздат, 2008, http://zhurnal.lib.ru/p/putenihin_p_w/localism.shtml
http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/9072.html
34. Путенихин П.В., Материя, Пространство, Время. – Самиздат, 2007, http://zhurnal.lib.ru/editors/p/putenihin_p_w/materia.shtml
35. Путенихин П.В., Призрак амплитуды или Парадокс Камнева и неравенства Звонарёва (шутка с оттенком саркастического пародизма), Самиздат, 2008, http://zhurnal.lib.ru/editors/p/putenihin_p_w/amplitude.shtml
http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL512008/p1112.html
http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/9032.html
36. Путенихин П.В., Свойства эфира, Самиздат, 2008, http://zhurnal.lib.ru/editors/p/putenihin_p_w/ephir.shtml
http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/8937.html
http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL522008/p2204.html
37. Путенихин П.В., Сущность локализма, Квантовая Магия, 5, 2201 (2008), http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL522008/p2201.html
38. Путенихин П.В., Эксперимент по схеме Аспекта, Самиздат, 2007, http://zhurnal.lib.ru/p/putenihin_p_w/pseudo.shtml
http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL422007/p2167.html
http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/9016.html

39. Путенихин П.В.: Bell J.S., On the Einstein Podolsky Rosen paradox (перевод с англ. - П.В.Путенихин; комментарии к выводам и оригинальный текст статьи), Самиздат, 2008, http://zhurnal.lib.ru/editors/p/putenihin_p_w/bell.shtml http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL522008/p2160.html
40. Путенихин П.В.: Ален Аспект, Теорема Белла: наивный взгляд экспериментатора, (Пер. с англ. Путенихина П.В.), Квантовая Магия, 4, 2135 (2007), http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL422007/p2135.html
41. Савельев Л.Я. Элементарная теория вероятностей. Часть 1. Новосибирск: НГУ, 2005, http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Savelev_ch1_2005ru.djvu
42. Садбери А., Квантовая механика и физика элементарных частиц, М.: Мир, 1989.
43. Соловьев А.А., Лекции по теории вероятности и математической статистике, с.3 draft 1.12.03, http://www.biometrica.tomsk.ru/lib/books/ltv.pdf
44. Теория вероятностей. Эрудиция - Российская электронная библиотека, http://www.erudition.ru/referat/printref/id.24255_1.html
45. Тихонов А.И. Концепции современного естествознания. Метод. пособие / Иван. гос. энерг. ун-т. - Иваново, 2002, лекция 4, http://ineka.ru/student/kse/Tih_book/lecture04.htm
46. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, т.8, Квантовая механика, (I)
47. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М., Фейнмановские лекции по физике, т.9, Квантовая механика, (II)
48. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Том 1. М.: Мир, 1967, http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/feller1.djv
49. Физика квантовой информации. Квантовая криптография. Квантовая телепортация. Квантовые вычисления. \\Под редакцией Д.Боумейстера, А.Экерта, А.Цайлингера. Перевод с анг. С.П.Кулика и Е.А.Шапиро под редакцией С.П.Кулика и Т.А.Шмаонова, Изд. "Постмаркет", Москва, 2002, http://quantmag.ppole.ru/Books/boumeister.djvu
50. Фок В. А., Эйнштейн А., Подольский Б. и Розен Н., Бор Н., Можно ли считать, что квантово-механическое описание реальности является полным? \\УФН Т. XVI, вып. 4, Ленинград, 1936.
51. Холево А.С., Введение в квантовую теорию информации, М.: МЦНМО, 2002. - 128 с., http://www.mccme.ru/free-books/kholevo/index.htm
52. Чернова Н.И., Теория вероятностей. Учебное пособие, НГУ, с.34, http://www.nsu.ru/mmf/tvims/chernova/tv/portr.pdf
53. Чехова М.В., Парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена, http://qopt.phys.msu.ru/faq/epr.html
54. Эйнштейн А. Собрание научных трудов в четырех томах. Том 4. Статьи, рецензии, письма. Эволюция физики. М.: Наука, 1967, http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Einstein_t4_1967ru.djvu
55. Эйнштейн А., Подольский Б., Розен Н. Можно ли считать квантовомеханическое описание физической реальности полным? / Эйнштейн А. Собр. научных трудов, т. 3. М., Наука, 1966, с.604-611 http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Einstein_t3_1966ru.djvu
56. Путенихин П.В., Что такое неравенства Белла? Самиздат, 2009, http://zhurnal.lib.ru/p/putenihin_p_w/ineq.shtml